

# Modelos hidrológicos simplificados para la simulación y el análisis el mercado de la energía eléctrica colombiano

Oscar G. Duarte, Ph.D.<sup>1</sup> and Erika S. Olaya, Ph.D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Universidad Nacional de Colombia, Colombia, ogduartev@unal.edu.co*

<sup>2</sup> *Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Colombia, erika.olaya@escuelaing.edu.co*

**Resumen**—Se desarrollan tres modelos de parámetros concentrados del comportamiento hidrológico relevante para el análisis del mercado de energía en Colombia. Las variables modeladas son: los aportes hídricos, la senda de referencia y las expectativas de futuros aportes hídricos. Para ilustrar la utilidad de los modelos se construye un modelo explicativo de los precios de oferta medios de la generación hidráulica, basado en redes neuronales, cuyo desempeño excede el 85 % de precisión. Este nivel de precisión es inusual en modelos que explique los precios de generación. También se presenta un método para obtener representaciones periódicas y suavizadas de series de tiempo, basado en la Transformada de Fourier.

**Index Terms**—Modelado, ciencia de datos energéticos, recurso hídrico, Mercado energético colombiano.

## I. INTRODUCCIÓN

EL sistema de energía eléctrico colombiano depende fuertemente del recurso hidráulico. En el año 2024 más del 66 % de la energía eléctrica generada en el Sistema Interconectado Nacional (SIN) provino de centrales hidroeléctricas (Dato calculado a partir de la información disponible en **XMhistorico2026**). Pese al reciente impulso que han recibido otras tecnologías de generación, principalmente fotovoltaica y eólica, la preponderancia de la hidroelectricidad se mantendrá por varios lustros. Este hecho, más la importancia intrínseca del agua, ha motivado el desarrollo de numerosos estudios sobre el agua en Colombia. Sin duda, el más completo y relevante es el Estudio Nacional del Agua cuya versión más reciente fue publicada en 2022 **ENA2022**. Este estudio “permite reconocer las condiciones de ocurrencia y distribución de las diferentes masas de agua que constituyen el patrimonio hídrico del país”. Ahora bien, a la hora de realizar simulaciones y pronósticos es necesario contar con modelos matemáticos adecuados. El objetivo de la simulación es el que determina las características que debe tener el modelo. Tal como se afirma en **IDEAMprotocolo2018**, “es importante identificar las preguntas que pretenden resolverse con aproximaciones conceptuales soportadas en desarrollos matemáticos que lean la física de los sistemas hidrológicos para generar salidas de simulación con baja incertidumbre”.

En este artículo se presentan unos modelos hidrológicos simplificados diseñados para efectuar simulaciones en el contexto del mercado de la energía eléctrica en Colombia. Son simplificados porque consideran el sistema hidráulico como un todo, ignorando las diferencias regionales. En otras palabras,

es un modelo de parámetros concentrados para analizar el recurso energético hídrico como si este estuviera homogéneamente distribuido y disponible. Esta simplificación facilita la interpretación de los resultados del modelo, y es conveniente para algunos estudios económicos del mercado de energía eléctrica.

Se han desarrollado tres modelos que se presentan en las secciones II, III y IV: un *Modelo de los aportes hídricos al SIN*, es decir, la cantidad de agua que entra a los embalses del SIN; un *Modelo de la senda de referencia* que indica, en términos generales, cuánta energía debería estar almacenada en los embalses para no incurrir en déficit de energía; y un *Modelo de las expectativas de aportes hídricos futuros al SIN*. Adicionalmente, en la sección V se incluye un ejemplo que ilustra el potencial de las variables estudiadas a través del desarrollo de un modelo explicativo del precio de oferta de la energía eléctrica en la Bolsa de Energía.

## II. MODELO DE LOS APORTES HÍDRICOS

Los aportes hídricos corresponden al ingreso de agua a los embalses del SIN. Se cuantifica como la cantidad en que aumenta la energía disponible gracias a ese ingreso de agua. En Sinergox están disponibles las series de tiempo:

- De los aportes individuales de cada río, durante cada día.
- De los aportes globales al sistema, durante cada día.
- Del aporte mensual promedio de cada río, con la información disponible hasta ese día.
- Del aporte mensual promedio global al sistema, con la información disponible hasta ese día.

La figura 1 muestra la evolución de los aportes hídricos globales de 2020 a 2025. Para visualizar el comportamiento estacional de esos aportes se ha preparado la Figura 2 en la que se cruza el día del año (de 1 a 365) con el aporte.

La evolución de los aportes no solo está condicionada por la estacionalidad. Debido a que durante el periodo analizado han entrado en operación nuevos embalses, a lo largo del tiempo el SIN ha recibido los aportes de más ríos. Este hecho se refleja en la Figura 3 que muestra el aporte hídrico histórico medio al sistema, con la información disponible cada día. Una ampliación de esta serie para el año 2025 (Figura 4) revela que esta información histórica se calcula para cada mes, generando unos cambios abruptos en la serie.

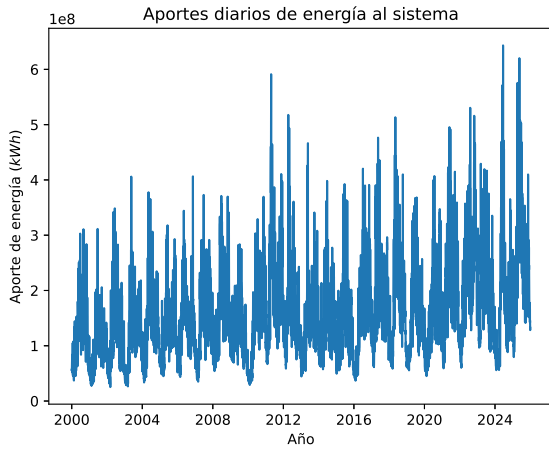


Figura 1. Aportes hídricos al sistema

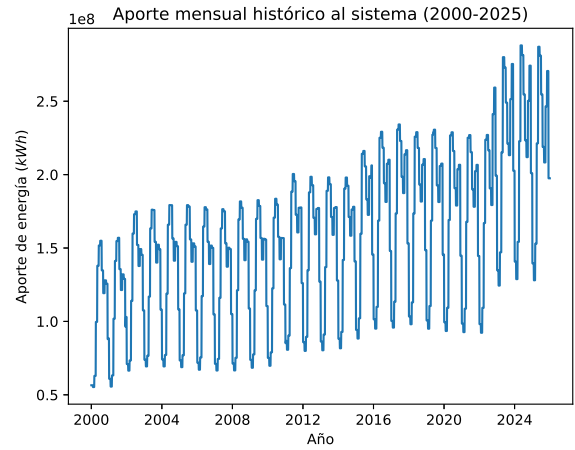


Figura 3. Promedio histórico de los aportes hídricos al sistema

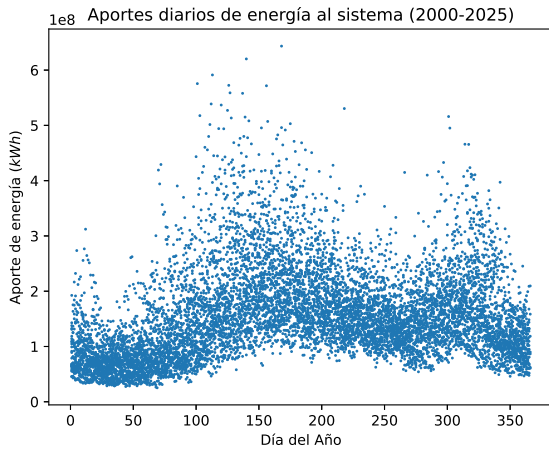


Figura 2. Aportes hídricos al sistema en cada día del año

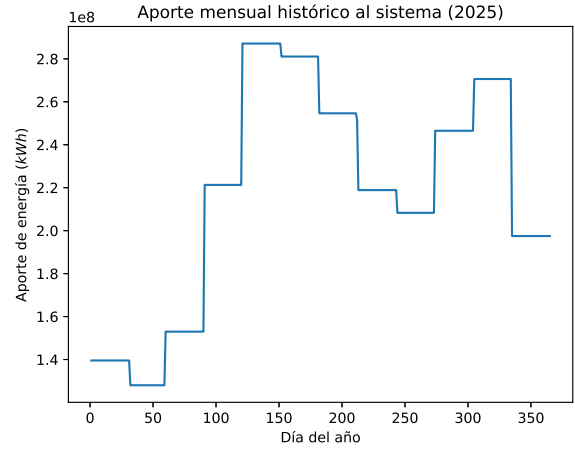


Figura 4. Promedio histórico de los aportes hídricos al sistema calculado en 2025

A continuación se desarrolla un modelo *suave* de los aportes hídricos esperados con los embalses *actualmente disponibles* basado en su comportamiento estacional.

El procedimiento consiste en dos etapas: primero se calcula el perfil histórico de los aportes y posteriormente se ajusta una función suave.

Construir el perfil histórico implica identificar cuáles son los ríos actuales y, para cada día del año, calcular el promedio del aporte histórico cada uno de ellos, y sumar dichos aportes<sup>1</sup>. El resultado se muestra en la Figura 5 como “agregados actuales”. En esa misma figura se incluyen, sólo para efectos de comparación el promedio histórico mensual calculado en el 2025 (el mismo de la Figura 4). También es posible calcular las desviaciones estándar de los aportes cada día (Figura 6)

La siguiente tarea es el ajuste de una función suave que modele el perfil así obtenido. En este trabajo hemos seleccionado un modelo armónico para ello, siguiendo el procedimiento

<sup>1</sup>Nótese que sería un error obtener el perfil promediando la información global del sistema, porque en los primeros años de la serie no habían entrado en operación varios embalses y por tanto el resultado sería una subvaloración de los aportes esperados de los ríos actuales.

descrito en la sección A. La Tabla I consigna los parámetros de los modelos obtenidos para 1, 3, 5 y 7 armónicos de los aportes promedio.

Para ilustrar la naturaleza de esos modelos, seleccionemos el de tres armónicos. La función correspondientes es  $AH(t)$ , en donde  $t$  es el día del año (un número entre 0 y 364) y  $\omega = 2\pi/365$ . Los parámetros de la Tabla I nos permite construir la función:

$$AH(t) = 204.2 \times 10^6 + 59.7 \times 10^6 \cos(\omega t - 3.1) + 56.2 \times 10^6 \cos(2\omega t + 1.4) + 12.4 \times 10^6 \cos(3\omega t + 2.6) \quad (1)$$

En la Figura 7 se puede comparar el perfil con su modelo de tres armónicos. Se puede observar que el modelo es una versión suavizada del perfil. Nótese que  $AH(t)$  es una función fácilmente analizable y derivable. Estas propiedades pueden resultar muy importantes a la hora de efectuar ejercicios de optimización.

También es posible obtener modelos armónicos para el perfil de las desviaciones (Figura 6). Se ha realizado ese ejercicio

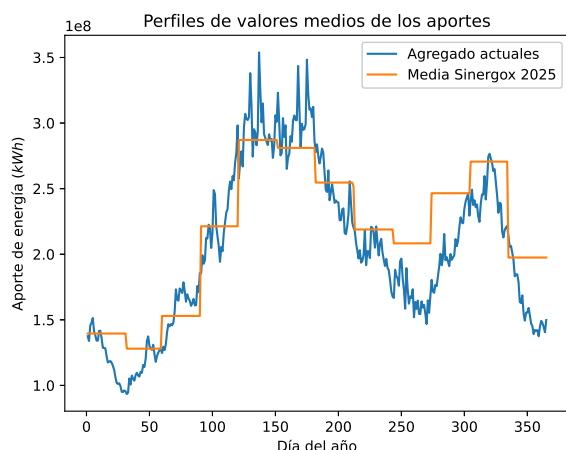


Figura 5. Perfiles de los aportes hídricos al sistema

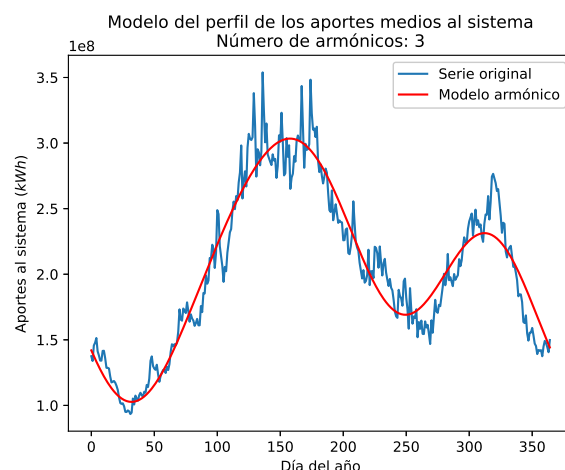


Figura 7. Perfil y modelo de tres armónicos del promedio de los aportes hídricos del sistema

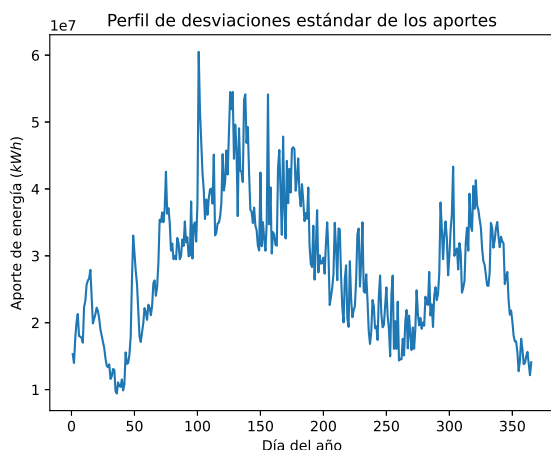


Figura 6. Perfiles de las desviaciones estándar de los aportes hídricos al sistema

con 1, 3, 6 y 9 armónicos. La serie original y los modelos obtenidos se muestran en la Figura 8.

### III. MODELO DE LA SENDA DE REFERENCIA

En Sinergox se publica la gráfica que se muestra en la Figura 9, a la que se le da el nombre de ‘senda de referencia’. Como puede verse, se trata de una descripción del comportamiento histórico de las reservas de energía en los embalses, que se contrasta con los valores del año en curso. La información se muestra como un porcentaje de la capacidad máxima de almacenamiento. La franja de color azul está limitada por los valores de los percentiles 10 y 90.

Para construir un modelo de la senda podemos acudir tomar de Sinergox las series de tiempo:

- De la capacidad de reserva del sistema, que es la cantidad de energía que podría almacenarse en todos los embalses del sistema.
- De el volumen útil, que es la cantidad de energía efectivamente almacenada en todos los embalses del sistema para cada día.

La Figura 10 muestra el comportamiento de las dos series de tiempo. Mientras la capacidad de reserva es relativamente estable, el volumen útil muestra un comportamiento cíclico. Lo anterior se debe a que la capacidad se ve alterada principalmente por la entrada y salida de embalses y, en menor medida, por variaciones en los parámetros técnicos. Por otra parte, el volumen útil se ve afectado por los aportes hídricos y el uso que se haga de el agua embalsada.

Con las dos series de tiempo se calcula el porcentaje de reservas. Para visualizar cómo ha evolucionado históricamente ese porcentaje se ha elaborado la Figura 11, que corresponde a una nube de puntos en la que el eje horizontal es el día del año y el eje vertical el porcentaje de reservas. En esa gráfica se insinúa ya la forma de la senda de la Figura 9.

Dado que las series de tiempo constan de 26 años, para cada día del año hay 26 datos diferentes. Es posible obtener algunos descriptores estadísticos de cada uno de esos conjuntos de 26 datos y visualizar cómo evolución a lo largo del año. La gráfica titulada “Perfiles” en la Figura 12 muestra esa evolución para 4 descriptores: los percentiles 10, 50 y 90 y la media.

Para obtener un modelo analítico suave de la senda de referencia, se ha optado por construir modelos armónicos

Cuadro I  
COMPONENTES ARMÓNICOS DE DIFERENTES MODELOS DE LOS APORTES HÍDRICOS AL SISTEMA

|    | Magnitudes ( $\times 10^6 kWh$ ) |      |      |      |      |      |      |      |
|----|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|    | Armónico                         |      |      |      |      |      |      |      |
| NA | 0                                | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| 1  | 204.2                            | 59.7 |      |      |      |      |      |      |
| 3  | 204.2                            | 59.7 | 56.2 | 12.4 |      |      |      |      |
| 5  | 204.2                            | 59.7 | 56.2 | 12.4 | 10.6 | 6.3  |      |      |
| 7  | 204.2                            | 59.7 | 56.2 | 12.4 | 10.6 | 6.3  | 8.9  | 6.2  |
|    | Ángulos (rad)                    |      |      |      |      |      |      |      |
|    | Armónico                         |      |      |      |      |      |      |      |
| NA | 0                                | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| 1  | 0.0                              | -3.1 |      |      |      |      |      |      |
| 3  | 0.0                              | -3.1 | 1.4  | 2.6  |      |      |      |      |
| 5  | 0.0                              | -3.1 | 1.4  | 2.6  | -3.0 | -1.8 |      |      |
| 7  | 0.0                              | -3.1 | 1.4  | 2.6  | -3.0 | -1.8 | -0.4 | -2.0 |

Modelos armónicos del perfil de las desviaciones de los aportes al sistema

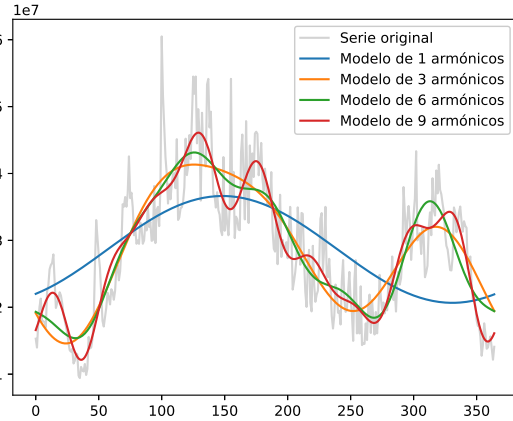


Figura 8. Perfil y tres modelos armónicos de la desviación de los aportes hídricos del sistema

Volumen útil y capacidad de reserva del sistema

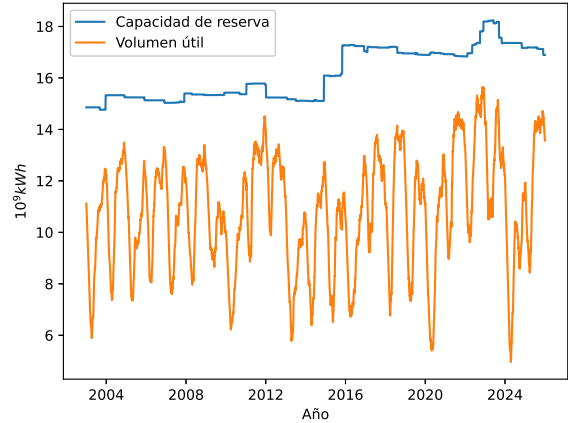


Figura 10. Evolución de la capacidad de reserva y del volumen útil del sistema

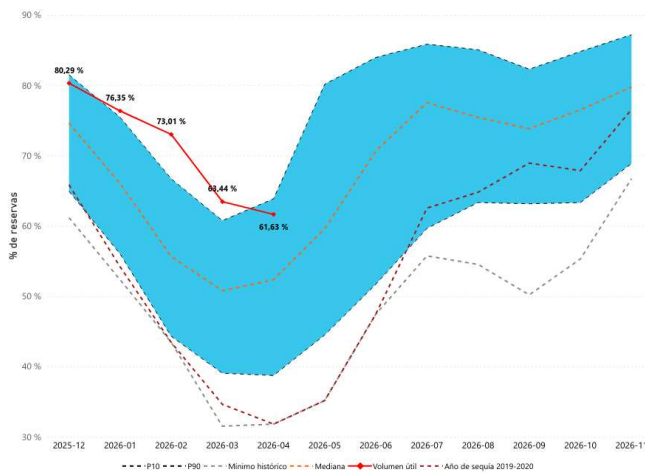


Figura 9. Senda de referencia, tomado de XMreservas2026

Nube de puntos del perfil del porcentaje de reservas disponibles

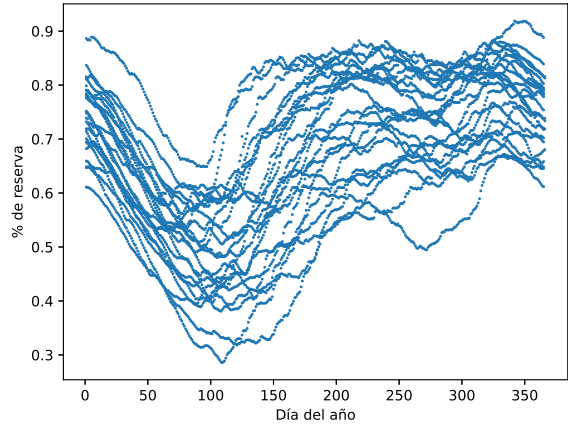


Figura 11. Nube de puntos del porcentaje del perfil de porcentajes de reserva disponibles

de los cuatro descriptores mencionados (Ver sección A). El comportamiento de los modelos de 6 armónicos se muestran también en la Figura 12. Los parámetros de dichos modelos se han consignado en el cuadro II

#### IV. MODELO DE LAS EXPECTATIVAS DE APORTES HÍDRICOS

La gestión del recurso hídrico implica la toma de decisiones en un ambiente de incertidumbre respecto a su disponibilidad

Cuadro II  
PARÁMETROS DE LOS MODELOS DE 6 ARMÓNICOS DE LA SENDA DE REFERENCIA

|     | P10   |          | Media |          | P50   |          | P90   |          |
|-----|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
|     | $c_k$ | $\phi_k$ | $c_k$ | $\phi_k$ | $c_k$ | $\phi_k$ | $c_k$ | $\phi_k$ |
| $k$ | (%)   | (rad)    | (%)   | (rad)    | (%)   | (rad)    | (%)   | (rad)    |
| 0   | 55.2  | 0.0      | 66.9  | 0.0      | 67.5  | 0.0      | 77.6  | 0.0      |
| 1   | 13.7  | 1.2      | 12.4  | 1.4      | 13.5  | 1.4      | 11.2  | 1.7      |
| 2   | 4.1   | -0.2     | 5.4   | 0.0      | 5.2   | -0.0     | 6.3   | 0.3      |
| 3   | 0.8   | 0.1      | 0.4   | 0.8      | 1.0   | 2.1      | 1.0   | -1.1     |
| 4   | 0.2   | 0.5      | 0.4   | 2.3      | 0.4   | 2.1      | 1.1   | 2.4      |
| 5   | 0.8   | -2.6     | 0.2   | -2.7     | 0.3   | -2.1     | 0.4   | -1.2     |
| 6   | 0.3   | -2.4     | 0.2   | -1.9     | 0.2   | -2.0     | 0.6   | -2.3     |

futura. Por ello es necesario contar con algún tipo de predicción sobre los aportes hídricos futuros. Las condiciones meteorológicas colombianas están fuertemente influenciadas por el fenómeno de El Niño (ENSO-El Niño Southern Oscillation). El sector eléctrico colombiano utiliza la predicción del comportamiento de ese fenómeno como un indicador para predecir el comportamiento de los aportes hídricos que recibirá el sistema.

La predicción del fenómeno de El Niño es un problema que abordan distintas organizaciones expertas en climatología. En este trabajo empleamos las predicciones realizadas por *The International Research Institute for Climate and Society, Columbia University Climate School* IRIenso2026, Ehsan2024. A partir de sofisticados modelos y una ingente cantidad de mediciones logran asignar una probabilidad a tres escenarios factibles: a) ocurrencia del fenómeno de El Niño b) ocurrencia del fenómeno de La Niña c) escenario neutral. La predicción la actualizan cada mes y la publican de forma abierta. La Figura 13 muestra la predicción publicada en enero de 2026. Puede

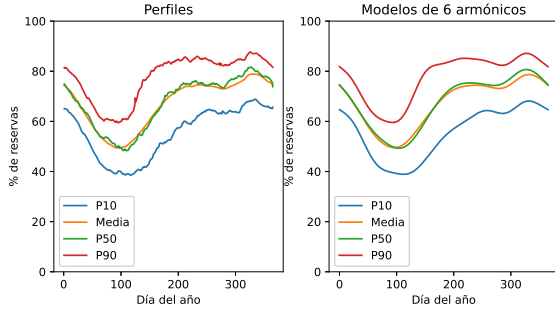


Figura 12. Senda de referencia. Modelos

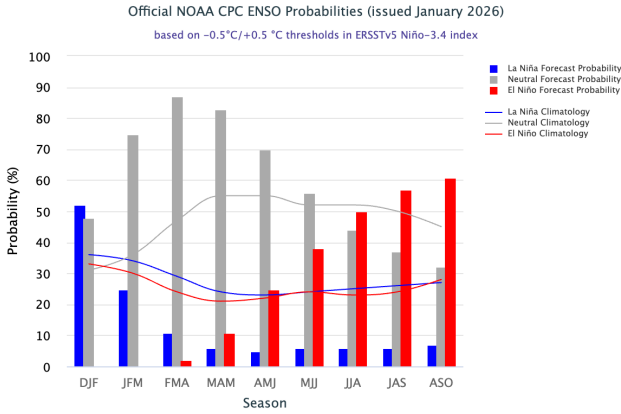


Figura 13. Ejemplo de la predicción del fenómeno del Niño realizada por la Universidad de Columbia y publicada en Enero de 2026. Imagen elaborada por The International Research Institute for Climate and Society, Columbia University Climate School **IRIcurrent2026**

verse que en realidad se trata de 9 predicciones diferentes; cada una de ellas asigna una probabilidad de ocurrencia a los tres escenarios durante un trimestre futuro. Las 9 predicciones difieren en la cantidad de tiempo con que se anticipa la predicción, desde 1 hasta 9 meses.

Pese a que la información se publica de forma abierta (con licenciamiento *Creative Commons Attribution 4.0 License*) y a que es posible consultar las predicciones realizadas desde marzo de 2002, no hay una forma directa para descargar los datos de las predicciones realizadas en el pasado. Por esa razón se acudió a estrategias de *web scraping* para reconstruir los datos publicados **Lotfi2021**. Se identificaron las siguientes características de la información pública archivada: a) Hasta julio de 2013 solamente se cuenta con información gráfica de las predicciones, en forma de archivos gif semejantes a los de la figura 13. b) Se identificaron 4 formatos gráficos diferentes. c) A partir de agosto de 2013 además de la información gráfica se cuenta con información registrada en tablas de datos. d) Se identificaron 6 formatos de tabla distintos.

Con la información anterior se diseñaron dos piezas de software para reconstruir los datos archivados: una a partir de archivos gráficos, basada en reconocimiento de patrones, y otra a partir de archivos de texto en formato html. Las Figuras 14 y 15 ilustran el resultado de la reconstrucción de los datos. La primera contiene las series de datos de la predicción

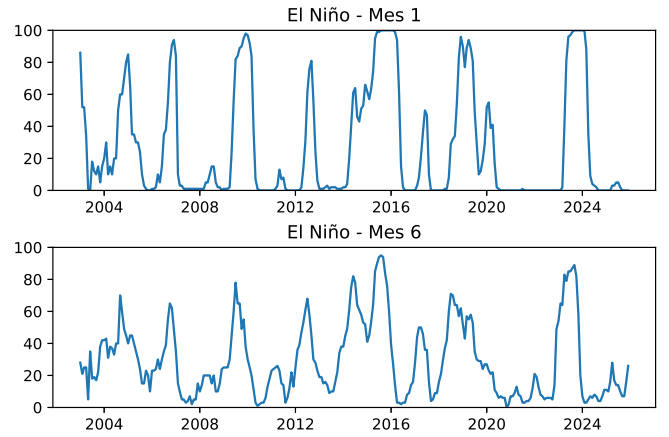


Figura 14. Predicciones del fenómeno del Niño con diferentes horizontes de anticipación

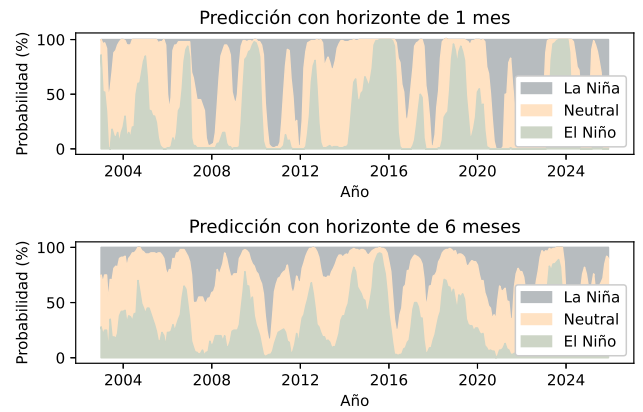


Figura 15. Partición de las predicciones del fenómeno del Niño con diferentes horizontes de anticipación

del escenario El Niño con horizontes de anticipación de 1 y 6 meses. La segunda muestra cómo se distribuyó entre los tres escenarios la probabilidad de ocurrencia, con los mismos horizontes de anticipación.

## V. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Consideremos ahora el comportamiento del precio de la energía hidráulica. Para ello, en la Figura 16 se muestra la evolución, en pesos colombianos del promedio del precio de oferta de la energía de los generadores hidráulicos en la Bolsa de Energía colombiana. Este problema ha sido estudiado previamente (Por ejemplo en **Hurtado2014** se construye un modelo válido para un generador individual) aunque hay una mayor literatura respecto al modelamiento del precio de bolsa.

Para explicar el comportamiento del precio de oferta medio se propone un modelo que emplea 3 variables de entrada y una de salida:

- $x_1(t)$  : desviación de la senda de referencia. Esta variable se calcula así:

$$x_1(t) = RH(t) - \frac{VU(t)}{CAP(t)}$$

en donde:

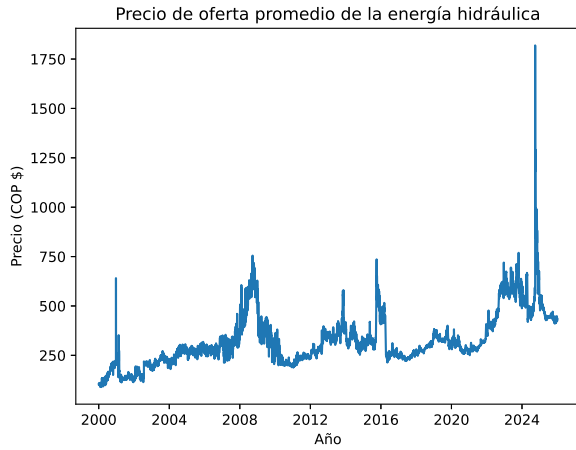


Figura 16. Precio de oferta promedio de la energía hidráulica en la Bolsa de Energía colombiana

- $RH(t)$  es el percentil 50 de las reservas hídricas correspondientes al día del año del día  $t$ . Es una variable entre 0 y 1.
- $VU(t)$  es el volumen útil disponible el día  $t$ , medido en  $kWh$ .
- $CAP(t)$  es la capacidad máxima de almacenamiento de energía hidráulica que se tenía el día  $t$ , medida en  $kWh$ .
- $x_2(m, t)$  : probabilidad de ocurrencia del escenario El Niño dentro de  $m$  meses, según la predicción disponible el día  $t$ . El parámetro  $m$  es un número entero entre 1 y 9.
- $x_3(t)$  : día del año. Una variable de 0 a 364.
- $y(t)$  : precio medio de oferta hidráulica el día  $t$

Después de algunas pruebas, se encontró que una red neuronal multicapa con las siguientes especificaciones puede lograr un desempeño aceptable:

- Tipo de red: perceptrón multicapa
- Número de neuronas de entrada: 3
- Número de neuronas de salida: 1
- Número de capas ocultas: 2
- Número de neuronas en las capas ocultas: 200 en cada una de ellas
- Función de activación: *Rectified Linear Unit (ReLU)*

Para evaluar el desempeño de esa red, se entrenó 10 veces para valores de  $m = 1, 2, \dots, 9$ . En cada ocasión se distribuyeron los datos disponibles en datos de entrenamiento (75 %) y datos de prueba (25 %). Después de cada entrenamiento se obtuvo el *score* de los dos conjuntos de datos. El valor medio y la distribución estándar para cada valor de  $m$  se han llevado al Cuadro III. Puede verse que los modelos tienen un buen desempeño, porque el *score* es mayor a 0.8 en casi todos los casos; los promedios ( $\mu$ ) son también muy buenos, y las desviaciones estándar ( $\sigma$ ) son pequeñas. Además, hay un buen balance entre el desempeño con datos de entrenamiento y prueba, lo que muestra que el modelo generaliza bastante bien. Se sugiere seleccionar el valor de  $m = 4$ , porque con él se obtiene un buen balance en todas las métricas.

Cuadro III  
AJUSTE DEL PARÁMETRO  $m$  EN EL MODELO DEL PRECIO DE OFERTA HIDRÁULICO MEDIO

| $m$ | Entrenamiento |          | Prueba |          |
|-----|---------------|----------|--------|----------|
|     | $\mu$         | $\sigma$ | $\mu$  | $\sigma$ |
| 1   | 0.839         | 0.024    | 0.824  | 0.025    |
| 2   | 0.841         | 0.010    | 0.822  | 0.026    |
| 3   | 0.858         | 0.012    | 0.829  | 0.020    |
| 4   | 0.858         | 0.010    | 0.835  | 0.020    |
| 5   | 0.849         | 0.012    | 0.825  | 0.025    |
| 6   | 0.858         | 0.016    | 0.842  | 0.021    |
| 7   | 0.824         | 0.025    | 0.807  | 0.025    |
| 8   | 0.855         | 0.016    | 0.827  | 0.022    |
| 9   | 0.800         | 0.017    | 0.777  | 0.020    |

La Figura 17 permite visualizar el desempeño de una de las redes entrenadas. Se trata de una nube de puntos de los valores reales y modelados para cada uno de los días analizados. Se han utilizado dos colores para diferenciar los datos de entrenamiento de los datos de prueba; también se ha trazado la recta identidad, que correspondería a la ubicación de los puntos si el modelo fuese perfecto. Es notable que el modelo logra acercarse a los precios extremadamente altos, aunque estos son relativamente pocos. El desempeño del modelo también puede valorarse visualmente con la Figura 18, en la que se han trazado las series de tiempo de los valores reales y estimados por el modelo.

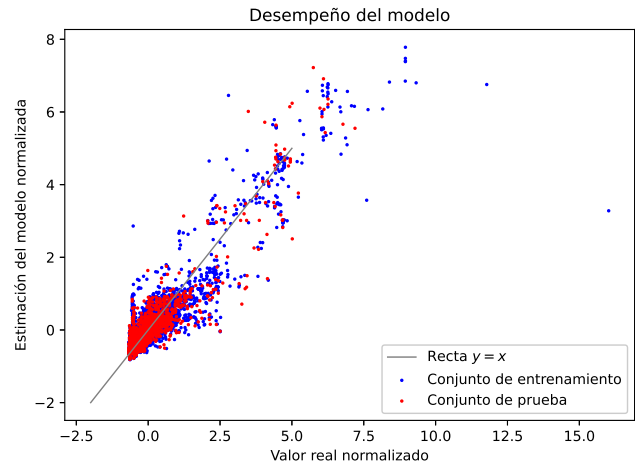


Figura 17. Comparación de los valores reales y estimados por el modelo. Precio de oferta media deflactada y normalizada

## VI. CONCLUSIONES

Los modelos desarrollados efectivamente logran su cometido de representar en forma concentrada algunos aspectos del comportamiento hidrológico relevante para el análisis económico del mercado de energía eléctrica colombiano. Además, el Modelo de aportes hídricos y el de la senda de referencia se expresan de forma analítica con funciones fácilmente interpretables y derivables. Esta última propiedad puede resultar muy útil a la hora de formular problemas de optimización.

Gracias a estos modelos es posible dar respuesta a la pregunta ¿Cómo se visualizaba el futuro de los aportes hídricos

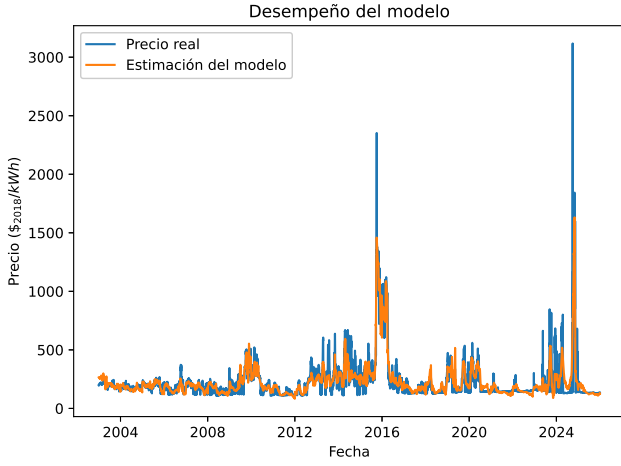


Figura 18. Comparación de los valores reales y estimados por el modelo. Series de tiempo del precio de oferta medio deflactado

en cierta fecha pasada? No conocemos ningún otro estudio que provea una respuesta a dicha pregunta. La importancia de este nuevo conocimiento se ve reflejada en el modelo del precio de oferta. Los agentes generadores han afirmado que sus precios de oferta responden no solo al estado presente de sus reservas, sino a una previsión sobre la disponibilidad de las reservas futuras para cumplir con los compromisos de generación. El modelo desarrollado demuestra, por primera vez, la validez de esa afirmación.

Los modelos aquí presentados son la piedra angular de un trabajo en desarrollo cuyo propósito es el de valorar la pertinencia de escindir el mercado de energía en varios mercados de tecnologías de generación afines. En particular, se busca determinar si cómo formular un problema de programación dinámica para identificar la mejor distribución de generación entre tecnologías y así sugerir modificaciones a la regulación vigente.

También queremos resaltar la utilidad del modelo armónico explicado en el apéndice. Si bien es cierto que la Transformada de Fourier es una herramienta muy conocida, el ajuste inspirado en el Teorema de Parseval que allí se propone es una novedad. Sin este ajuste el modelo suavizado no representa adecuadamente los datos originales.

## APÉNDICE

### A. Obtención de un modelo armónico

Sea  $x(n)$  una función real con  $n = 0, 1, 2, \dots$ , periódica cuyo periodo es  $N$ . La Transformada Discreta de Fourier de  $x(n)$  es una función compleja  $\mathbf{X}(k)$  que también es periódica, con periodo  $N$ .

Estas funciones satisfacen:

$$\mathbf{X}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (2a)$$

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{X}(k) e^{j2\pi kn/N} \quad (2b)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} |\mathbf{X}(k)|^2 \quad (2c)$$

(2a) y (2b) permiten calcular la Transformada de Fourier y su inversa, en tanto que (2c) corresponde al Teorema de Parseval **Cavicchi2000**. Este último establece que la potencia de la señal se puede calcular tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

Supongamos ahora una señal discreta  $x(n)$  definida para  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . No se supone que esta señal sea periódica. Un modelo armónico de esa señal es una expresión de la forma

$$\bar{x}(n) = \sum_{k=0}^{N_A} c_k \cos(\omega k n + \phi_k) \quad (3)$$

en donde  $N_A$  es el número de armónicos del modelo, tal que  $N_A < N/2$ ,  $c_o$  es el valor medio del modelo,  $c_k$  es la amplitud del  $k$ -ésimo armónico,  $\phi_k$  es el desfase del  $k$ -ésimo armónico y  $\omega = 2\pi/N$  es la frecuencia fundamental. Las ecuaciones 2b y (3) son muy parecidas a la luz de la fórmula de Euler. Este hecho permite formular el siguiente procedimiento para obtener los parámetros del modelo armónico

1. Obtener la  $\mathbf{X}(k)$  empleando (2a)
2. Calcular  $c_k$  y  $\phi_k$  para  $k = 0, 1, 2, \dots, N_A$  así:

$$c_k = \begin{cases} |\mathbf{X}(k)| & \text{Si } k = 0 \\ 2|\mathbf{X}(k)| & \text{Si } k \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\phi_k = \arg(\mathbf{X}(k))$$

Nótese que al tomar sólo los armónicos que se ubican en el círculo unitario entre 0 y  $\pi$ , se están omitiendo los componentes simétricos que caen entre 0 y  $-\pi$ , por esa razón es necesario duplicar su magnitud. La excepción se da para  $k = 0$ , porque en ese caso no hay tal componente simétrico.