

New Model for the Identification of Flow Units and Optimization of Results Through a Clustering Algorithm

Gregory L. G. Zuñiga Arenas, Student¹, Joseph Sinchitullo, M.Sc.¹, Eduardo Calle Contreras, Student¹

¹Universidad Nacional de Ingeniería, Peru, gregory.zuniga.a@uni.pe, jsinchitullog@uni.pe, ecallec@uni.pe

Abstract—*Petrophysical characterization employs the concept of hydraulic flow units (HFU) as a primary part of the workflow. Determination of HFUs is possible using a variety of methods and the Kozeny-Carman equation. However, models to identify HFUs are employed without a rigorous analysis of their functionality over all types of reservoirs. Therefore, the following work aims to propose a new discretization method, as well as the use of the k-means algorithm to improve the results of several of these methods. In this way, the structure of the discretization models of the flow zone indicator (FZI), such as the Global Hydraulic Element (GHE) and Discretized Rock Type (DRT) was analyzed. These methods are based on the logarithmic distribution of FZI and other factors that determine the membership of a sample to a given HFU. In addition, the validity of the proposed methodology was contrasted by comparing the results on core data from the Pariñas formation of the Álvarez Oveja field of the Talara basin. Likewise, the problem of the optimal number of flow units was analyzed and its importance in order not to lack a physical meaning or lose the degree of correlation between permeability and porosity. The results obtained through the proposed algorithm were an optimization of the results and an improvement of the correlation coefficients when predicting permeability. Finally, it is recommended to use the techniques developed in cluster analysis to solve these problems and the dependence of the equations relating porosity and permeability is emphasized.*

Keywords—*Hidraulic Flow Unit, Kozeny-Carman Equation, k-means Algorithm, Hidraulic Global Element, Discrete Rock Type.*

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

Nuevo Modelo de Identificación de Unidades de Flujo y Optimización de los Resultados Mediante un Algoritmo de Agrupación

Gregory L. G. Zuñiga Arenas, Estudiante¹, Joseph Sinchitullo, M.Sc.¹, Eduardo Calle Contreras, Estudiante¹

¹Universidad Nacional de Ingeniería, Perú, gregory.zuniga.a@uni.pe, jsinchitullog@uni.pe, ecallec@uni.pe

Resumen—La caracterización petrofísica emplea el concepto de las unidades hidráulicas de flujo (HFU) como una parte primordial del flujo de trabajo. La determinación de estas es posible mediante varios métodos y empleando la ecuación de Kozeny-Carman. Sin embargo, los modelos para identificar las HFU son empleados sin un análisis riguroso de su funcionalidad sobre todo tipo de reservorios. Por ello, el siguiente trabajo pretende proponer una nueva ecuación de discretización, así como el empleo del algoritmo k-medias para mejorar los resultados de varios de estos métodos. De esta manera, se analizó la estructura de los modelos de discretización del indicador de zona de flujo (FZI), tales como el Elemento Global Hidráulico (GHE) y Tipo de Roca Discretizada (DRT). Se encontraron deficiencias en el planteamiento de estos métodos al analizar la construcción de la nueva ecuación de discretización. Estos métodos se basan en la distribución logarítmica de FZI y otros factores que determinan la pertenencia de una muestra a una determinada HFU. Además, se contrasta la validez de la metodología propuesta al comparar los resultados en los datos de núcleos de la formación Pariñas de campo Álvarez Oveja. Así mismo, se analiza el problema de la cantidad óptima de unidades de flujo y su importancia para no carecer de un significado físico ni perder el grado de correlación entre la permeabilidad y porosidad. Finalmente, se recomienda emplear las técnicas desarrolladas en el análisis de grupos para resolver estos problemas y se enfatiza en la dependencia de las ecuaciones que relacionan la porosidad y permeabilidad.

Palabras Clave—Unidad Hidráulica de Flujo, Ecuación de Kozeny-Carman, Algoritmo k-medias, Elemento Global Hidráulico, Tipo de Roca Discretizada.

I. INTRODUCCIÓN

La caracterización petrofísica se desarrolló basándose en la teoría de las unidades hidráulicas de flujo (HFU), y generalmente emplea mediciones del análisis convencional de núcleos (RCAL). Cada muestra de roca en una HFU tiene una estructura poral similar, lo que hace que las propiedades físicas sean similares y características entre cada HFU [1]. Por ello, agrupar el indicador de zona de flujo (FZI) en grupos que representen cada HFU es el principal objetivo de los métodos empleados, ya sea mediante modelos de discretización, análisis de grupos o algoritmos diseñados a escala del reservorio [2]. Entre estos tipos de métodos, los menos precisos son los que emplean la discretización de la variable FZI, ya que es imposible determinar rangos universales entre los que cada tipo de roca tenga un valor característico del índice de calidad

de reservorio. Aun así, son uno de los métodos más empleados en investigaciones para la caracterización de los reservorios en todo el mundo debido a su fácil manejo y buenos resultados al predecir la permeabilidad.

El método de discretización al basarse en la distribución logarítmica de la variable FZI consiguen resultados aparentemente satisfactorios, ya que identifican demasiadas HFU que muchas veces pierden el sentido físico que los justificaba. Por ello, la contribución de la presente investigación es analizar los modelos de discretización al compararlos con una nueva ecuación que realiza el proceso de discretización basándose en el mínimo valor que puede tener FZI. Además, para solucionar este inconveniente se emplea el uso del algoritmo k-medias para mejorar los resultados dados por los modelos de discretización. Finalmente, se discute la validez del algoritmo mediante un análisis de los datos de la formación Pariñas del campo Álvarez Oveja. Así como se indica un análisis más riguroso del problema de la identificación de las HFU mediante la variable FZI.

II. TEORÍA Y ANTECEDENTES

Para hallar las unidades de flujo, en la literatura se utiliza la ecuación de Kozeny-Carman para el flujo en medios porosos, que es una relación de permeabilidad/porosidad. Basada en la derivación de Kozeny [3] y el trabajo de Carman [4], la ecuación establece

$$k = \left(\frac{1}{C \cdot S_{V_{gr}}^2} \right) \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} = \left(\frac{1}{F_s \tau^2 S_{V_{gr}}^2} \right) \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2}, \quad (1)$$

donde C es la constante de Kozeny; F_s , el factor de forma; k , la permeabilidad en μm^2 ; $S_{V_{gr}}$, la superficie específica por volumen de grano en μm^{-1} ; ϕ , la porosidad; y τ , la tortuosidad.

Amaefule et al. [5] desarrolló un método basado en el término $F_s \tau^2 S_{V_{gr}}^2$, ya que varía entre cada unidad de flujo. La ecuación (1) puede reescribirse como

$$0.0314 \sqrt{\frac{k}{\phi}} = \frac{\phi}{1 - \phi} \left(\frac{1}{\sqrt{F_s \tau} S_{V_{gr}}} \right), \quad (2)$$

siendo 0,0314 el factor de conversión de mD a μm^2 . Luego, se definen el índice de calidad del yacimiento (RQI) en μm ,

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

el indicador de zona de flujo (FZI) en μm , y la relación entre el volumen de poros y el volumen de granos (ϕ_z) como

$$RQI = 0.0314 \sqrt{\frac{k}{\phi}}, \quad FZI = \left(\frac{1}{\sqrt{F_s \tau S_{V_{gr}}}} \right), \quad \phi_z = \frac{\phi}{1 - \phi}. \quad (3)$$

Finalmente, (2) se vuelve

$$RQI = \phi_z \cdot FZI, \quad (4)$$

en donde, debido a la distribución logarítmica de la permeabilidad, las líneas rectas representarán unidades de flujo en un gráfico logarítmico de RQI frente a ϕ_z , de acuerdo con

$$\log RQI = \log \phi_z + \log FZI. \quad (5)$$

A. Clasificación de las Unidades de Flujo

El procedimiento más común para identificar las unidades de flujo es la discretización de la variable FZI mediante ecuaciones o definiendo rangos a cada unidad de flujo. Por otro lado, se han empleado algoritmos para mejorar la identificación visual que antes se efectuaba y que puede ser aplicado a los resultados de los modelos de discretización.

1) *Tipo de Roca Discretizada*: Guo et al. [6] propuso una ecuación para identificar las unidades de flujo. Sobre la cual, el modelo 3D resultante FZI se convierte en un modelo 3D de tipo de roca discreta DRT_{FZI} . La ecuación es

$$DRT_{FZI} = \text{redon}(2 \ln FZI + 10.6), \quad (6)$$

la cual, se ha utilizado en varios trabajos e investigaciones, v. g. [7]–[12].

2) *Elemento Global Hidráulico*: Corbett and Potter [13] desarrollaron un método para identificar unidades de flujo con curvas dadas por valores de FZI en (1). Por lo tanto, 10 *GHEs* representan las unidades de flujo y se muestran en la Tabla I.

TABLA I
LÍMITES INFERIORES PARA 10 UNIDADES HIDRÁULICAS DE FLUJO

FZI (μm)	GHE	FZI (μm)	GHE
48	10	1.5	5
24	9	0.75	4
12	8	0.375	3
6	7	0.1875	2
3	6	0.09375	1

Adaptado de [13].

3) *Regresión Multilineal Iterativa (IMRL)*: El método IMRL [14], clasifica las unidades de flujo basándose en los valores de los datos de RQI y FZI mediante un diagrama logarítmico. Este algoritmo es similar al algoritmo k -medias, ya que agrupa los puntos de datos en función de su distancia a las rectas dadas por (5), que pueden considerarse los centros de los clústeres en el algoritmo k -medias.

El Algoritmo 1 encuentra una solución localmente óptima que depende de la partición inicial especificada por los valores de FZI . Sin embargo, este algoritmo puede ser ineficiente porque puede simplificarse a un problema de agrupación de la variable FZI para cada punto de datos.

Algoritmo 1 Algoritmo IMRL

Entrada: Conjunto de datos $\mathcal{A} = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} = (\log \phi_z, \log RQI)\}$, número de HFU k , k valores distintos FZI_1, \dots, FZI_k .

Salida: Partición mejorada Π .

- 1: **repetir**
- 2: Asignar \mathbf{x} a la línea más cercana dada por (5) para obtener la partición $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_k\}$.
- 3: Para cada clúster π_j de la partición Π , determinar y actualizar el intercepto (v. g., $\log FZI$) de la recta dada por (5).
- 4: **hasta que** Los valores de FZI no cambien.

III. METODOLOGÍA

Para predecir la permeabilidad, es necesario modificar el modelo de Kozeny-Carman y utilizarlo como modelo lineal. El indicador de zona de flujo al cuadrado ($SFZI$) en μm^2 , y ϕ_R se definen para la linealización como

$$SFZI = FZI^2 = \frac{1}{F_s \tau^2 S_{V_{gr}}^2}, \quad \phi_R = \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2}, \quad (7)$$

y, el modelo linealizado

$$k = 1013.25 \cdot SFZI \cdot \phi_R. \quad (8)$$

A. Método de Discretización Para la Variable $SFZI$

Como desarrolla Tillero [15] para el radio de garganta de poro r_{35} desarrollado por Winland en 1972, se puede aplicar este mismo procedimiento en (4).

Dado que el menor valor de FZI es $5.5514 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ para el caso del esquisto (40 % de porosidad y 0.0001 mD de permeabilidad), se debe añadir 6.26 para trabajar con valores positivos

$$DRT_{SFZI} = \text{redon}(\log SFZI + 6.26). \quad (9)$$

Se multiplica por dos (2) la variable introducida en la función redondeo, con el objetivo de enfatizar y obtener más tipos de roca, lo cual resulta en

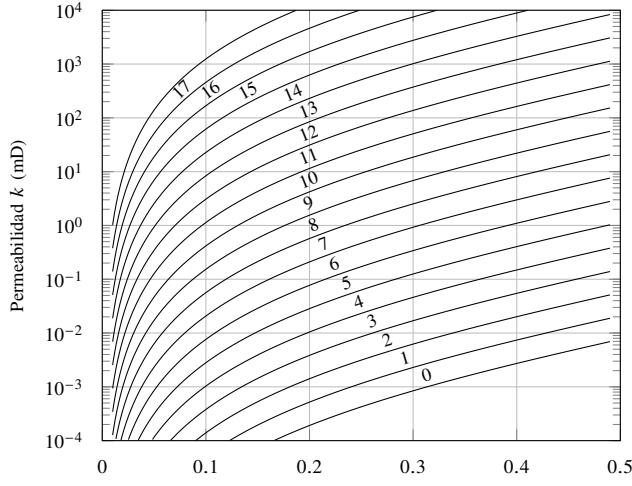
$$DRT_{SFZI} = \text{redon}[2(\log SFZI + 6.26)]. \quad (10)$$

Finalmente, se presenta una comparación entre las curvas de permeabilidad y porosidad de las ecuaciones de discretización en la Fig. 1.

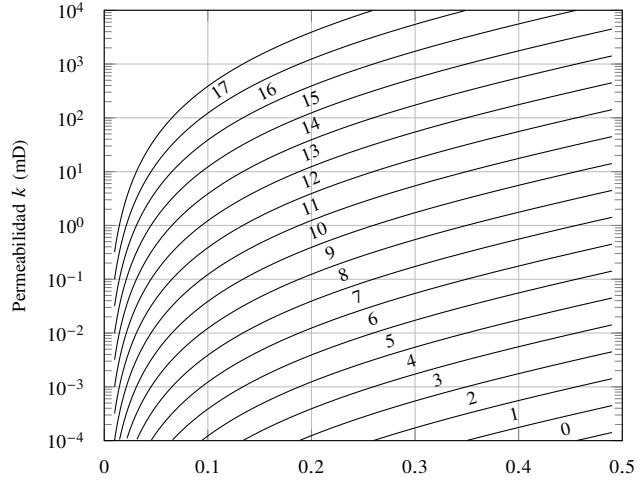
B. Algoritmo k -medias

Para mejorar los resultados obtenidos mediante los métodos de discretización (GHE , DRT_{FZI} y DRT_{SFZI}), se puede emplear el Algoritmo 2. Este es una optimización del algoritmo IMRL, ya que emplea datos unidimensionales y es más óptimo computacionalmente.

Es recomendable mejorar los resultados obtenidos por los métodos de discretización, ya que ninguno emplea herramientas para minimizar el error al predecir la permeabilidad. En cambio, se basan en la distribución logarítmica de la permeabilidad y parámetros que definen los rangos entre cada HFU. Esto se puede observar en la Fig. 1, donde se muestran



(a)



(b)

Figura 1. Unidades de flujo como curvas de los métodos de discretización: (a) ecuación DRT_{FZI} ; (b) ecuación DRT_{SFZI} .

Algoritmo 2 Algoritmo k -medias

Entrada: Conjunto de datos $\mathcal{A} = \{\log SFZI\}$, partición inicial (HFU) Π^0 .

Salida: Partición mejorada Π .

- 1: **repetir**
- 2: Hallar la media $\log SFZI_j$ de cada HFU.
- 3: Asignar los valores del conjunto de datos \mathcal{A} al valor más cercano de $\log SFZI_j$ para obtener la partición Π .
- 4: **hasta que** La partición no cambie.

los rangos entre cada HFU definidos por (6) y (10) de acuerdo a cada valor de porosidad y permeabilidad.

IV. RESULTADOS

A. Descripción de los Datos

El Lote IV (ver Fig. 2) está compuesto por 24 yacimientos, de los cuales 12 han probado producción comercial de hidrocarburos, pero en los últimos ocho años solo se producen de los yacimientos: Álvarez, Bodega, Bronco, Chimenea, Corral, Fondo, Jabonillal, Leones y Oveja. Estos yacimientos están constituidos por múltiples reservorios o formaciones productivas, según su ubicación dentro del lote, las formaciones productivas del Lote IV son: Talara, Pariñas, Pariñas Inferior, Mogollón, Basal Salina, Cretáceo y Amotape.

El número de formaciones productivas o reservorios desarrollados en cada yacimiento está determinado, básicamente en función de su ubicación dentro de la complejidad geológica de la zona, así como a los niveles de los contactos gas-petróleo y agua-petróleo encontrados, cabe resaltar que los reservorios consisten en pequeños bloques los cuales pueden comportarse como reservorios aislados o parcialmente comunicados, esto es por el muy alto grado de fallamiento estructural del área.

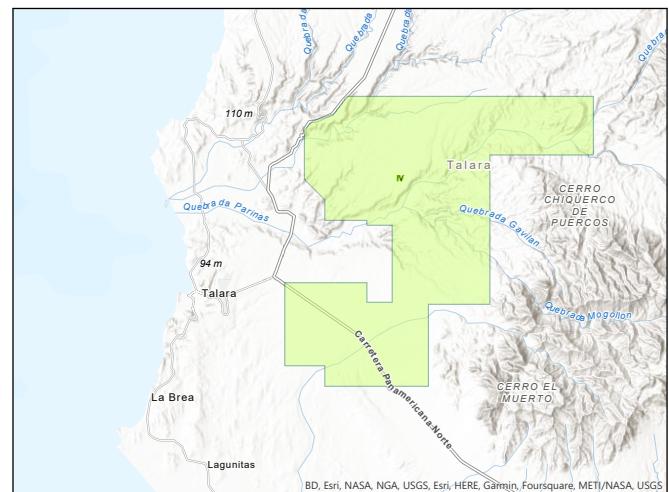


Figura 2. Distribución del lote IV en la cuenca Talara.

Para la aplicación de la metodología descrita, ha sido necesario revisar un análisis de 17 muestras de 10 pozos coreados pertenecientes al campo Álvarez Oveja, ubicado en el Bloque IV de la cuenca de Talara. Debido a la confidencialidad de la información, los nombres de los pozos utilizados en este estudio fueron cambiados (ver la Tabla II).

B. Identificación de las HFU

Los datos de núcleos de todos los pozos se han clasificado en función de Tabla I, y de los métodos de discretización. Con el primer método, se encontraron ocho grupos delimitados por los valores de GHE . Para los métodos de discretización, el primero (DRT_{FZI}) presenta diez HFU mientras que el segundo (DRT_{SFZI}), nueve HFU. Todos estos resultados se muestran en Tabla III.

TABLA II
POZOS ANALIZADOS PERTENECIENTES AL CAMPO ÁLVAREZ OVEJA,
BLOQUE IV - CUENCA DE TALARA

Pozo	Campo	Formación
UNI 1	Lobitos	—
UNI 2	Carrizal	—
UNI 3	Carrizal	—
UNI 4	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior
UNI 5	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior
UNI 6	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior
UNI 7	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior
UNI 8	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior
UNI 9	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior y Superior
UNI 10	Álvarez Oveja	Pariñas Inferior y Superior

TABLA III
RESULTADOS DE LOS MÉTODOS *GHE*, *DRT_{FZI}* Y *DRT_{SFZI}*

Método <i>GHE</i>			Método <i>DRT</i>					
Value	Nº ^a	R ^{2b}	<i>FZI</i>			<i>SFZI</i>		
			Value	Nº	R ²	Value	Nº	R ²
1	1	1.000	6	2	0.981	3	1	1.000
2	3	0.990	7	2	0.992	4	3	0.990
3	16	0.920	8	14	0.954	5	11	0.984
4	62	0.932	9	36	0.939	6	35	0.936
5	76	0.868	10	56	0.963	7	62	0.960
6	95	0.889	11	52	0.947	8	74	0.896
7	41	0.890	12	80	0.916	9	70	0.928
8	5	0.992	13	39	0.933	10	38	0.896
—	—	—	14	16	0.897	11	5	0.992
—	—	—	15	2	1.000	—	—	—

^a Número de elementos en cada HFU.

^b Coeficiente de correlación.

Luego, se ha aplicado el Algoritmo 2 sobre los resultados previamente obtenidos. Así, se necesitaron 19 iteraciones para que la partición pueda converger, en el caso del método *GHE*, 23 iteraciones para *DRT_{FZI}* y 15 iteraciones para *DRT_{SFZI}*. La Tabla IV muestra estos resultados, en los que se observa una mejora entre los coeficientes de correlación y una distribución más pareja entre las HFU que tienen más elementos.

TABLA IV
RESULTADOS DEL ALGORITMO 2 SOBRE LOS MÉTODOS DE
DISCRETIZACIÓN

Método <i>GHE</i>			Método <i>DRT</i>					
Value	Nº ^a	R ^{2b}	<i>FZI</i>			<i>SFZI</i>		
			Value	Nº	R ²	Value	Nº	R ²
1	1	1.000	6	1	1.000	3	1	1.000
2	3	0.990	7	3	0.990	4	3	0.990
3	23	0.872	8	16	0.920	5	16	0.920
4	57	0.951	9	39	0.941	6	39	0.941
5	72	0.877	10	50	0.967	7	52	0.966
6	68	0.942	11	48	0.962	8	51	0.947
7	49	0.907	12	44	0.975	9	79	0.925
8	26	0.855	13	51	0.966	10	38	0.918
—	—	—	14	35	0.933	11	20	0.876
—	—	—	15	12	0.912	—	—	—

^a Número de elementos en cada HFU.

^b Coeficiente de correlación.

La Fig. 3 muestra las curvas de permeabilidad-porosidad de cada método empleado y los valores de *FZI* para cada HFU. Como se puede observar, las HFU que más cambian

son aquellas que contienen mas elementos ya que el resto prácticamente permanece igual. Además, la distribución de los datos entre cada HFU es mas consistente y los coeficientes de correlación experimentan una notable mejora.

Por otro lado, la predicción de la permeabilidad puede apreciarse en la Fig. 4. Se puede observar que después de aplicar el Algoritmo 2, los datos se apegan más a la recta, ya que las HFU están distribuidas de manera más eficiente. En cambio, en los 3 métodos de discretización, los gráficos presentan acumulaciones de error sobre las HFU que poseen más elementos.

V. DISCUSIÓN

En general, las unidades de flujo identificadas por los métodos de discretización carecen de significado físico más allá del alto grado de correlación que puedan alcanzar debido a la cantidad de HFU que generalmente identifican. Así mismo, las unidades de flujo identificadas carecen de sentido estadístico, ya que no poseen una medida cuantificable de dispersión entre cada grupo, para lo cual se debería realizar un análisis de clústeres correspondiente.

Cuando se construyó (10), los parámetros que definieron la forma de discretización fueron el mínimo valor de la variable, la base del logaritmo y un factor de multiplicación para incrementar la cantidad de HFU. Bajo estas condiciones, la construcción de un modelo de discretización basado únicamente en la distribución logarítmica de *FZI* puede ajustarse a casos especiales, por lo que el empleo de estas ecuaciones se vuelve arbitrario y carece de fundamento en muchos casos. Además, constantemente la cantidad de unidades de flujo que producen estos modelos representa un desafío para la simulación de reservorios y el posterior análisis de la presión capilar.

A. Limitaciones del Algoritmo

El algoritmo *k*-medias depende estrictamente de la partición inicial y obtiene un resultado localmente óptimo [16]. Por lo que en comparación con los métodos de discretización, no identifica una cantidad de unidades de flujo determinada, sino que mejora la partición inicial que tiene como entrada. El desarrollo de una forma de incluir una adecuada correlación y una cantidad físicamente significativa de unidades de flujo puede implementarse mediante las herramientas que el análisis de grupos ha desarrollado. Finalmente, cabe resaltar que todos los métodos para hallar HFU dependen también de la ecuación de permeabilidad/porosidad que se emplee.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un nuevo modelo de discretización de la variable *FZI* y un algoritmo para mejorar los resultados obtenidos por los demás modelos. Además, se ha verificado la validez del procedimiento con datos de núcleos de la formación Pariñas del campo Álvarez Oveja. Así, las siguientes conclusiones pudieron obtenerse a lo largo de la investigación:

- Los modelos de discretización para encontrar las HFU es aplicable a casos específicos y depende de los factores de la ecuación empleada.

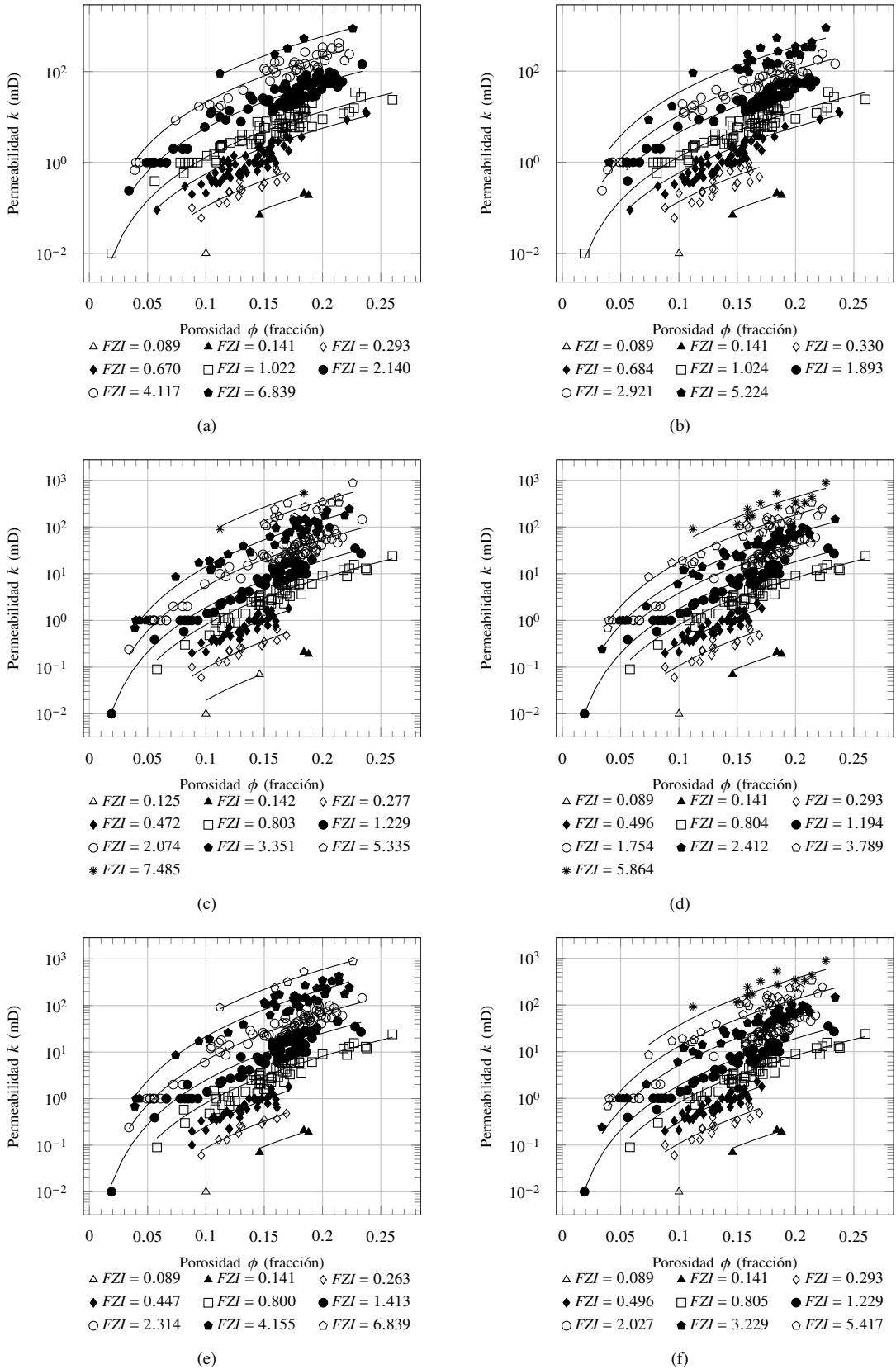
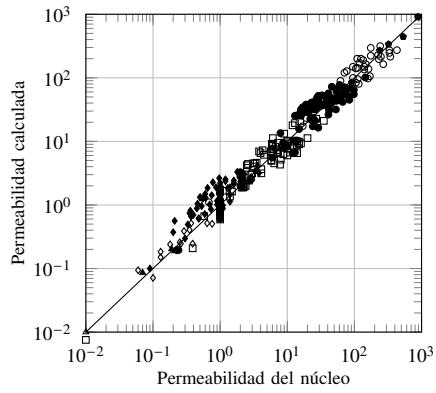
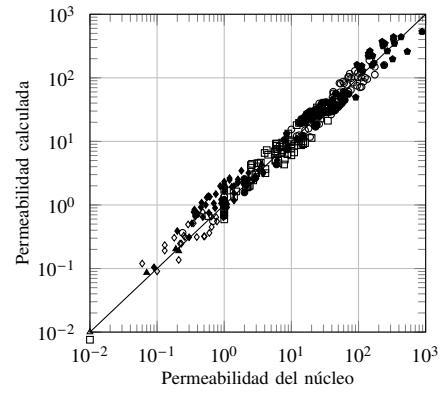


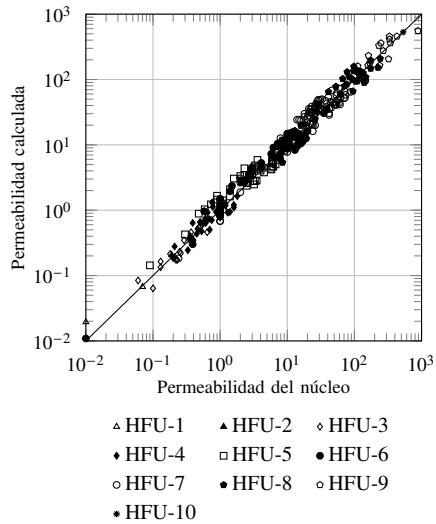
Figura 3. Unidades de flujo identificadas mediante los métodos de discretización y su optimización mediante el Algoritmo 2, respectivamente: (a) y (b) GHE; (b) y (d) DRT_{FZI}; (e) y (f) DRT_{SFZI}.



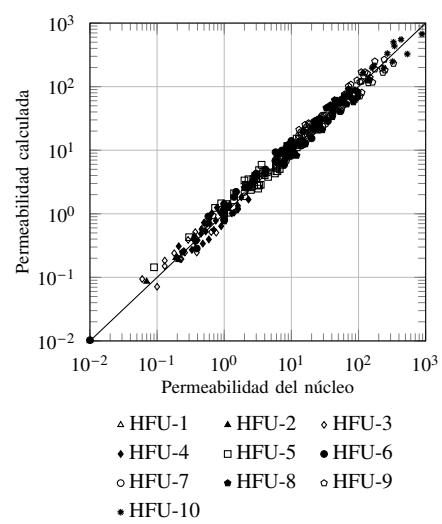
(a)



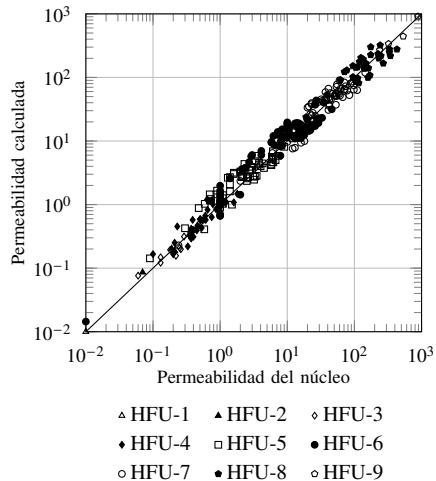
(b)



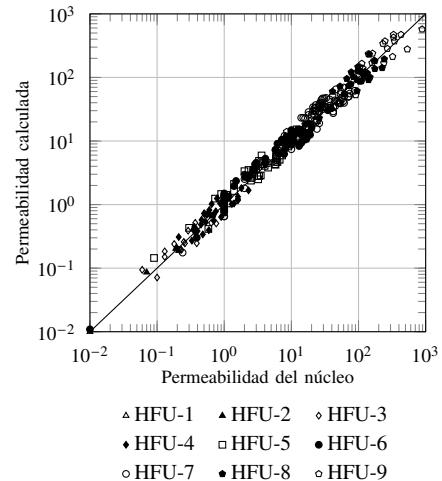
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4. Predicción de la permeabilidad para todos los métodos de discretización y su optimización mediante el Algoritmo 2: (a) y (b) GHE; (c) y (d) DRT_{FZI}; (e) y (f) DRT_{SFZI}.

- El algoritmo k -medias pudo optimizar los resultados de los modelos de discretización y distribuir el conjunto de datos de una manera más real y ajustada a cada caso.
- Se han verificado la nueva ecuación y algoritmo aplicándolos sobre el caso del campo Álvarez Oveja y se ha comparado con los modelos encontrados en la literatura.
- Las futuras investigaciones pueden emplear algoritmos más eficientes del análisis de grupos y contrastar no solo los métodos de identificación de HFU, sino también incluir diferentes ecuaciones de permeabilidad/porosidad como la de Kozeny-Carman.

REFERENCIAS

- [1] D. Tiab and E. C. Donaldson, *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*, 4th ed. Boston, MA, USA: Gulf Professional Publishing, 2016.
- [2] M. Abbaszadeh, H. Fujii, and F. Fujimoto, “Permeability Prediction by Hydraulic Flow Units—Theory and Applications,” *SPE Formation Evaluation*, vol. 11, no. 04, pp. 263–271, Dec. 1996, doi: 10.2118/30158-PA.
- [3] J. Kozeny, “Über kapillare Leitung des Wassers im Boden,” *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse*, vol. 136, no. 2a, pp. 271–306, 1927.
- [4] P. C. Carman, “Fluid Flow Through Granular Beds,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 75, pp. S32–S48, 1997, doi: 10.1016/S0263-8762(97)80003-2.
- [5] J. O. Amaefule, M. Altunbay, D. Tiab, D. G. Kersey, and D. K. Keelan, “Enhanced Reservoir Description: Using Core and Log Data to Identify Hydraulic (Flow) Units and Predict Permeability in Uncored Intervals/Wells,” presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, TX, USA, Oct. 3–6, 1993, paper SPE-26436-MS, doi: 10.2118/26436-MS.
- [6] G. Guo, M. Diaz, F. Paz, J. Smalley, and E. Waninger, “Rock Typing as an Effective Tool for Permeability and Water-Saturation Modeling: A Case Study in a Clastic Reservoir in the Oriente Basin,” presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, USA, Oct. 9–12, 2005, paper SPE-97033-MS, doi: 10.2118/97033-MS.
- [7] S. H. Shenawi, J. P. White, E. A. Elrafie, and K. A. El-Kilany, “Permeability and Water Saturation Distribution by Lithologic Facies and Hydraulic Units: A Reservoir Simulation Case Study,” presented at the SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, Manama, Bahrain, Mar. 11–14, 2007, paper SPE-105273-MS, doi: 10.2118/105273-MS.
- [8] G. Guo, M. A. Diaz, F. Paz, J. Smalley, and E. A. Waninger, “Rock Typing as an Effective Tool for Permeability and Water-Saturation Modeling: A Case Study in a Clastic Reservoir in the Oriente Basin,” *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, vol. 10, no. 06, p. 730–739, 12 2007, doi: 10.2118/97033-PA.
- [9] A. A. Abuhagaza, M. Z. El Sawy, and B. S. Nabawy, “Integrated petrophysical and petrographical studies for characterization of reservoirs: a case study of Muglad Basin, North Sudan,” *Environmental Earth Sciences*, vol. 80, no. 5, Feb. 2021, Art. no. 171, doi: 10.1007/s12665-021-09489-7.
- [10] M. B. Haghghi, M. Shabaninejad, and K. Afsari, “A Permeability Predictive Model Based On Hydraulic Flow Unit for One of Iranian Carbonate Tight Gas Reservoir,” presented at the SPE Middle East Unconventional Resources Conference and Exhibition, Muscat, Oman, Jan. 11–Feb. 14, 2011, paper SPE-142183-MS, doi: 10.2118/142183-MS.
- [11] M. B. Shahvar, R. Kharrat, and R. Mahdavi, “Incorporating Fuzzy Logic and Artificial Neural Networks for building a Hydraulic Unit-Based Model for Permeability Prediction of a Heterogeneous Carbonate Reservoir,” presented at the International Petroleum Technology Conference, Doha, Qatar, Dec. 7–9, 2009, paper IPTC-13732-MS, doi: 10.2523/IPTC-13732-MS.
- [12] A. Abedini, “Statistical Evaluation of Reservoir Rock Type in a Carbonate Reservoir,” presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, CO, USA, Oct. 30–Nov. 2, 2011, paper SPE-152359-STU, doi: 10.2118/152359-STU.
- [13] P. W. M. Corbett and D. K. Potter, “Petrotyping: A Basemap and Atlas for Navigating Through Permeability and Porosity Data for Reservoir Comparison and Permeability Prediction,” presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts, Abu Dhabi, United Arab Emirates, Oct. 5–9, 2004, paper SCA2004-30.
- [14] F. A. Al-Ajmi and S. A. Holditch, “Permeability Estimation Using Hydraulic Flow Units in a Central Arabia Reservoir,” presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, USA, Oct. 1–4, 2000, paper SPE-63254-MS, doi: 10.2118/63254-MS.
- [15] E. Tillero, “Stepping Forward: An Automated Rock Type Index and a New Predictive Capillary Pressure Function for Better Estimation of Permeability and Water Saturation. Case Study, Urdaneta-01 Heavy Oil Reservoir,” presented at the SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Mexico City, Mexico, Apr. 16–18, 2012, paper SPE-151602-MS, doi: 10.2118/151602-MS.
- [16] R. Scitovski, K. Sabo, F. Martínez-Álvarez, and Š. Ungar, *Cluster Analysis and Applications*. Cham, Switzerland: Springer, 2021, p. 38.