

Analysis of the Viscosity Ratio of Two-Phase Flow in a Porous Media by Numerical Modeling

Roland Peña, Eng.¹, Jean Lozano, MSc.¹, and Joseph Sinchitullo, MSc.¹

¹National University of Engineering, Peru, roland.pena.a@uni.pe, jlozanop@uni.edu.pe, jsinchitullog@uni.pe

Abstract— The objective of this research is to analyze the behavior of the two-phase flow in the homogeneous porous media during the waterflooding process and thus obtain a better description of the fluid flow. A mathematical model of the two-phase flow in a porous media was used as a starting point to subsequently build the numerical model. For the numerical model, the fully implicit method was used for the discretization in time, and the finite volume method for the discretization in space. The algebraic equations representing the two-phase flow in a porous media were linearized using the Newton-Raphson method because they are nonlinear and strongly coupled. In order to know the influence of fluid viscosities, three simulation cases were run considering a viscosity ratio value less than 1 as the first scenario, a second case with a viscosity ratio value equal to 1, and a third case considering a viscosity ratio value greater than 1. The results of the numerical simulations show that the studied variable considerably influences the two-phase flow in the porous media during waterflooding.

Keywords— Viscosity, Two-phase flow, Waterflooding, Numerical Modeling, Reservoir simulation.

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).
ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).
DO NOT REMOVE

Análisis de la Relación de Viscosidades del Flujo Bifásico en un Medio Poroso Mediante Modelación Numérica

Roland Peña, Ing.¹, Jean Lozano, MSc.¹, and Joseph Sinchitullo, MSc.¹

¹Universidad Nacional de Ingeniería, Perú, roland.pena.a@uni.pe, jlozanop@uni.edu.pe, jsinchitullo@uni.pe

Resumen— El objetivo de esta investigación es analizar el comportamiento del flujo bifásico en el medio poroso homogéneo durante el proceso de inyección de agua y así obtener una mejor descripción del flujo de fluidos. Se partió de un modelo matemático del flujo bifásico en un medio poroso para posteriormente construir el modelo numérico. Para el modelo numérico se usó el método totalmente implícito para la discretización en el tiempo y el método de volumen finito para la discretización en el espacio. Las ecuaciones algebraicas que representan el flujo bifásico en un medio poroso se linealizaron mediante el método de Newton-Raphson debido a que son no lineales y fuertemente acopladas. Para conocer la influencia de las viscosidades de los fluidos, se ejecutaron tres casos de simulación considerando un valor de relación de viscosidades menor a 1 como primer escenario, un segundo caso con un valor de relación de viscosidades igual a 1 y un tercer caso considerando un valor de relación de viscosidades mayor a 1. Los resultados de las simulaciones numéricas muestran que la variable estudiada influencia considerablemente en el flujo bifásico en el medio poroso durante la inyección de agua.

Palabras clave— Viscosidad, Flujo bifásico, Inyección de agua, Modelamiento numérico, Simulación de reservorios.

I. INTRODUCCIÓN

La industria del petróleo juega un papel muy importante en la economía internacional. En 2022, el consumo mundial de petróleo y otros combustibles líquidos alcanzó un promedio 99.43 millones de barriles por día (MMb/d) y se espera que este consumo aumente 1.05 MMb/d en 2023 y 2.77 MMb/d en 2024 [1]. Ante las altas demandas de este energético, el principal desafío es la recuperación máxima de petróleo de los reservorios convencionales, esto sugiere que habrá una aplicación cada vez más continua de técnicas de recuperación mejorada de petróleo (EOR por sus siglas en inglés de *Enhanced Oil Recovery*) para aumentar el factor de recobro (RF por sus siglas en inglés de *Recovery Factor*) y petróleo de estos campos [2]. Una manera de predecir el rendimiento futuro de los reservorios de petróleo y optimizar los mecanismos de producción de EOR es mediante la simulación numérica de reservorios [3].

Se han realizado amplios esfuerzos de investigación en el campo de la simulación numérica de reservorios especialmente en la inyección de agua. En las diferentes investigaciones realizadas se planearon y ejecutaron

experimentos con el fin de mejorar la movilidad y la eficiencia de barrido realizando una serie de suposiciones para reducir el grado de complejidad del fenómeno.

En la literatura, muchos autores han enfocado su trabajo a la formulación de esquemas numéricos considerando el flujo bifásico inmiscible e incompresible en un medio poroso simplificado. Generalmente, estos trabajos no consideran los efectos de la presión capilar en las simulaciones; por esta razón, en el presente trabajo se aborda esta deficiencia, proporcionando ecuaciones matemáticas y esquemas numéricos.

La inyección de agua es una técnica utilizada con frecuencia para aumentar el nivel de producción de petróleo después de la depletación primaria del reservorio. La presencia de altas zonas de permeabilidad tiene una gran influencia en la recuperación, debido a que causan una irrupción temprana del agua de inyección [4]. Es importante tener en cuenta las heterogeneidades del sistema geológico al momento de diseñar el sistema de inyección de agua, en especial, en los reservorios de bajas permeabilidades. La baja inyectividad de estas formaciones heterogéneas no permitirá que la inyección logre extraer petróleo de manera continua, y mucho menos, llenar y respresurizar el reservorio [5].

En simulación de reservorios se tienen ecuaciones diferenciales parciales que representan el flujo de fluidos en el medio poroso, estas ecuaciones no suelen tener una solución analítica por lo que se recurre a métodos numéricos para hallar una solución aproximada; Para la discretización en el espacio, el método de volumen finito (FVM por sus siglas en inglés de *Finite Volume Method*) permite una interpretación física directa de las ecuaciones discretas mediante la aplicación de los principios de conservación sobre volúmenes finitos o subdominios [6] y requiere menor tiempo de cómputo que otros métodos [7], asimismo en [8] se evidencia la ventaja del FVM al resolver las ecuaciones acopladas usando un enfoque secuencial. Mientras que en la discretización en el tiempo se suele usar el método totalmente implícito (FIM por sus siglas de *Fully Implicit Method*) debido a su estabilidad numérica y la reducción de errores de división al resolver problemas de flujo multifásico [9].

Digital Object Identifier: (only for full papers, inserted by LACCEI).

ISSN, ISBN: (to be inserted by LACCEI).

DO NOT REMOVE

II. MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se desarrollan las ecuaciones principales que gobiernan en el flujo multifásico en el medio poroso. Para representar el flujo de fluidos en el medio poroso se hace uso de la ecuación de conservación de masa [10]:

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = q_\alpha \quad (1)$$

donde ϕ es la porosidad del medio poroso, ρ_α , S_α , \mathbf{u}_α y q_α son la densidad, saturación, velocidad de Darcy y caudal de la fase α , respectivamente, t es el tiempo.

La ley experimental de Darcy [11] rige el flujo de un fluido incompresible a través de un medio poroso. Esta ley es válida a escala macroscópica [12]. Inicialmente se desarrolló para una sola fase, pero luego se generalizó para la presencia de varias fases:

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \mathbf{K}(\nabla P_\alpha - \rho_\alpha g \nabla z) \quad (2)$$

donde \mathbf{u}_α es la velocidad de Darcy, \mathbf{K} es la permeabilidad del medio poroso; $k_{r\alpha}$, P_α , ρ_α , μ_α son la permeabilidad relativa, presión, densidad y viscosidad de la fase α , respectivamente; g es la magnitud aceleración de la gravedad y z es la profundidad. En este trabajo se considera la presencia de dos fases en el flujo: la fase agua y la fase petróleo, las cuales llenan completamente el medio poroso, lo cual implica que $S_o + S_w = 1$.

Además de las ecuaciones descritas en (1) y (2), es necesaria la ecuación de la presión capilar, la cual puede ser medida experimentalmente [13], [14], [15] o asumida como función de la saturación de agua [16], [17], [18], [19]. Matemáticamente se expresa así:

$$P_c(S_w) = P_o - P_w \quad (3)$$

La movilidad de la fase α se define como $\lambda_\alpha = k_{r\alpha}/\mu_\alpha$, reemplazando y reordenando (2) en (1) se obtiene la ecuación que describe el flujo para cada fase.

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_\alpha \lambda_\alpha \mathbf{K}(\nabla P_\alpha - \rho_\alpha g \nabla z)) + q_\alpha \quad \alpha = w, o \quad (4)$$

donde los subíndices w y o se refieren a la fase agua y a la fase petróleo, respectivamente.

Para obtener una solución numérica se hace uso de la formulación presión-saturación que desacopla dichas ecuaciones en una ecuación de presión y en una ecuación de saturación [20], [21].

A. Ecuación de presión

Para obtener la ecuación de presión en función del flujo fraccional, definido como el cociente entre la movilidad de una fase sobre la movilidad total ($f_\alpha = \lambda_\alpha/\lambda$), se siguen los pasos presentados en [20], [22] para obtener:

$$\phi^0 c_R \frac{\partial P_o}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{K} \left[\lambda P_o - \lambda_w \frac{dP_c}{dS_w} \nabla S_w - (\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) g \nabla z \right] = \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o} \quad (5)$$

donde c_R es la compresibilidad del medio poroso.

B. Ecuación de saturación

Reemplazando (3) en (4) para la fase acuosa, con su respectivo subíndice w , y ordenando términos, se obtiene la ecuación de saturación:

$$\frac{\partial(\phi\rho_w S_w)}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_w \lambda_w \mathbf{K}(\nabla P_o - \frac{dP_c}{dS_w} \nabla S_w - \rho_w g \nabla z)) + q_w \quad (6)$$

De (5) y (6) se deduce que las ecuaciones son no lineales y están acopladas. Por ello se recurre al método de Newton-Raphson para linealizarlas y así facilitar la solución del sistema de ecuaciones.

III. MODELO NUMÉRICO

Se usa el método totalmente implícito (FIM) para la discretización temporal en un intervalo de tiempo Δt y el método de volumen finito (FVM) para la discretización espacial en pequeños volúmenes de control ΔV que rodean a cada nodo de la malla. En la Fig. 1, se muestra en volumen de control sobre el cual se realizan los cálculos.

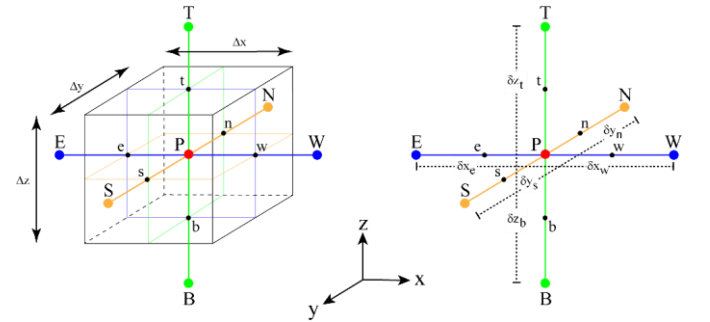


Fig. 1 Volumen de control $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$.

A. Discretización de la ecuación de presión

Para la discretización numérica de la ecuación de presión se integra (5) sobre el ΔV de la Fig. 1, y sobre Δt .

$$\int_n^{n+1} \left\{ \int_{\Delta V} \left[\frac{\partial(\phi S_w)}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\mathbf{K} \lambda_w \left(\nabla P_o - \frac{dP_c}{dS_w} \nabla S_w - \rho_w g \nabla z \right) \right] - \frac{q_w}{\rho_w} \right] \Delta V \right\} dt = 0 \quad (7)$$

Después de la integración, la ecuación (7) se puede expresar en forma residual de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
R_o(P_o, S_w) = & \frac{\Delta V}{\Delta t} \phi^0 c_R [P_o^{n+1} - P_o^n]_P \\
& - \left\{ \left[T_e (P_{o,E} - P_{o,P}) - T_w (P_{o,P} - P_{o,W}) \right] \right. \\
& - \left[T_{w,e} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_e (S_{w,E} - S_{w,P}) - T_{w,w} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_w (S_{w,P} - S_{w,W}) \right] \\
& - \left[\frac{k_{xx}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_x}{\delta x} \Big|_e (z_{w,E} - z_{w,P}) - \frac{k_{xx}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_x}{\delta x} \Big|_w (z_{w,P} - z_{w,W}) \right] \\
& + \left[T_n (P_{o,N} - P_{o,P}) - T_s (P_{o,P} - P_{o,S}) \right] \\
& - \left[T_{w,n} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_n (S_{w,N} - S_{w,P}) - T_{w,s} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_s (S_{w,P} - S_{w,S}) \right] \\
& - \left[\frac{k_{yy}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_y}{\delta y} \Big|_n (z_{w,N} - z_{w,P}) - \frac{k_{yy}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_y}{\delta y} \Big|_s (z_{w,P} - z_{w,S}) \right] \\
& + \left[T_t (P_{o,T} - P_{o,P}) - T_b (P_{o,P} - P_{o,B}) \right] \\
& - \left[T_{w,t} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_t (S_{w,T} - S_{w,P}) - T_{w,b} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_b (S_{w,P} - S_{w,B}) \right] \\
& - \left[\frac{k_{zz}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_z}{\delta z} \Big|_t (z_{w,T} - z_{w,P}) - \frac{k_{zz}(\lambda_w \gamma_w + \lambda_o \gamma_o) A_z}{\delta z} \Big|_b (z_{w,P} - z_{w,B}) \right] \\
& + \left. \left[\frac{q_{w,P}}{\rho_w} + \frac{q_{o,P}}{\rho_o} \right] \Delta V \right\}^{n+1} \quad (8)
\end{aligned}$$

donde T se refiere a la transmisibilidad, $T_{w,i} = (k_{ij} \lambda_w A_j) / (\delta x_i)$ donde el subíndice j se refiere a la dirección de los ejes cartesianos x,y,z y el subíndice i a las caras del volumen de control e,w,n,s,t y b de la Fig. 1.

B. Discretización de la ecuación de saturación

Para obtener la ecuación de saturación discretizada se integra (6) sobre el ΔV de la Fig. 1 y sobre Δt .

$$\int_n^{n+1} \left\{ \int_{\Delta V} \left[\frac{\partial(\phi S_w)}{\partial t} - \nabla \cdot \left[K \lambda_w \left(\nabla P_o - \frac{dP_c}{dS_w} \nabla S_w - \rho_w g \nabla z \right) \right] - \frac{q_w}{\rho_w} \right] \Delta V \right\} dt = 0 \quad (9)$$

Expresando en forma de residual:

$$\begin{aligned}
R_w(P_o, S_w) = & \frac{\Delta V}{\Delta t} ((\phi S_w)^{n+1} - (\phi S_w)^n)_P \\
& - \left\{ \left[T_{w,e} (P_{o,E} - P_{o,P}) - T_{w,w} (P_{o,P} - P_{o,W}) \right] \right. \\
& - \left[T_{w,e} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_e (S_{w,E} - S_{w,P}) - T_{w,w} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_w (S_{w,P} - S_{w,W}) \right] \\
& - \left[T_{w,e} g \rho_w \Big|_e (z_{w,E} - z_{w,P}) - T_{w,w} g \rho_w \Big|_w (z_{w,P} - z_{w,W}) \right] \\
& + \left[T_{w,n} (P_{o,N} - P_{o,P}) - T_{w,s} (P_{o,P} - P_{o,S}) \right] \\
& - \left[T_{w,n} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_n (S_{w,N} - S_{w,P}) - T_{w,s} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_s (S_{w,P} - S_{w,S}) \right] \\
& - \left[T_{w,n} g \rho_w \Big|_n (z_{w,N} - z_{w,P}) - T_{w,s} g \rho_w \Big|_s (z_{w,P} - z_{w,S}) \right] \\
& + \left[T_{w,t} (P_{o,T} - P_{o,P}) - T_{w,b} (P_{o,P} - P_{o,B}) \right] \\
& - \left[T_{w,t} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_t (S_{w,T} - S_{w,P}) - T_{w,b} \frac{dP_c}{dS_w} \Big|_b (S_{w,P} - S_{w,B}) \right] \\
& - \left[T_{w,t} g \rho_w \Big|_t (z_{w,T} - z_{w,P}) - T_{w,b} g \rho_w \Big|_b (z_{w,P} - z_{w,B}) \right] \\
& + \left. \left[\frac{q_{w,P}}{\rho_w} \Delta V \right] \right\}^{n+1} \quad (10)
\end{aligned}$$

C. Solución mediante el algoritmo de Newton-Raphson

Se identifican las variables primarias para resolver el sistema de ecuaciones mediante la iteración de Newton-Raphson (NR). En este caso las variables primarias son P_o^{n+1} y S_w^{n+1} . El sistema que se desea resolver tiene la forma de sistema matricial $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R_o^k}{\partial P_o} & \frac{\partial R_o^k}{\partial S_w} \\ \frac{\partial R_w^k}{\partial P_o} & \frac{\partial R_w^k}{\partial S_w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta P_o^{k+1} \\ \delta S_w^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_o^k \\ -R_w^k \end{pmatrix} \quad (11)$$

donde k se refiere a la k -ésima iteración del método NR. La matriz \mathbf{A} es conocida como Jacobiano.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se verifica el funcionamiento del modelo numérico mediante la simulación del problema *five spot pattern*. Este trabajo se basa en los datos presentados en [20] y que se muestran en la Tabla 1. En la Fig. 2 se muestra el esquema del problema resuelto.

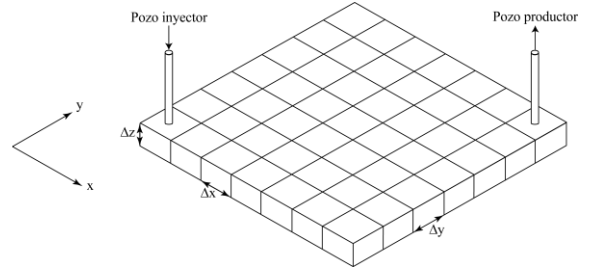


Fig. 2 Esquema del problema *five spot pattern*.

TABLA I
PARÁMETROS DE SIMULACIÓN PARA EL PROBLEMA [20]

Propiedad	Valor	Unidad
Porosidad	0.20	-
Viscosidad del agua	9.6E-5	Pa.s
Viscosidad del petróleo	0.00114	Pa.s
Radio de pozos	0.070	m
Presión de inyección	25.511	MPa
Presión de producción	24.132	MPa

Las dimensiones del dominio poroso son de $304.8 \times 304.8 \times 304.8 \text{ m}^3$. Para realizar la simulación se usó una malla de uniforme de 40×40 volúmenes de control.

En este caso, las ecuaciones que constituyen las permeabilidades relativas según [20] se expresan así:

$$k_{rw} = k_{rw_{max}} \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{or} - S_{wr}} \right)^2 \quad (12)$$

$$k_{ro} = \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{or} - S_{wr}} \right)^2 \quad (13)$$

donde $k_{rwmax}=0.65$ es el valor máximo de la permeabilidad relativa de la fase agua, $S_{wr}=0.22$ es el valor de la saturación de agua residual y $S_{or}=0.2$ es el valor de la saturación residual de petróleo.

La curva de presión capilar puede definirse como función de la saturación de agua, en este caso se usa la expresión formulada en [20]:

$$P_c = P_{cmin} - B \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} \right) \quad (14)$$

donde B es una constante igual a -10.1335 , de tal manera que, $P_c = P_{cmax}$ cuando $S_w = S_{wr}$, $P_{cmin}=0$ Pa y $P_{cmax}=0.482633$ MPa.

Para conocer el efecto de la relación de viscosidades de las fases del fluido en el comportamiento del flujo bifásico se simularon tres casos con distintos valores de relación.

A. Caso 1: $\mu_w/\mu_o < 1$

Esta relación de viscosidades se da cuando se tiene un petróleo con mayor viscosidad que la del agua. En este caso se evalúa una relación de $1/5$. Cuando el agua es inyectada en el pozo inyector, ésta empuja al petróleo hacia el pozo productor; En la Fig. 3 se muestra la distribución de saturación y presión para un tiempo 500 días de simulación. En la Fig. 3 (a) se puede ver el perfil de empuje del agua de inyección, el valor promedio de saturación en la zona invadida por el agua es de aproximadamente 0.8, se evidencia un barrido casi perfecto; además, en el frente de inyección se tiene una variación rápida de las saturaciones lo que puede indicar un empuje de tipo “pistón”. Mientras que en la Fig. 3 (b) se visualiza el campo de presiones obtenido, que corrobora el comportamiento de los fluidos en dichas condiciones.

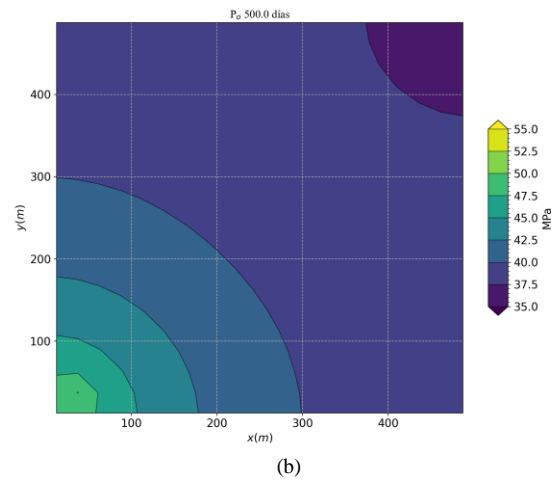
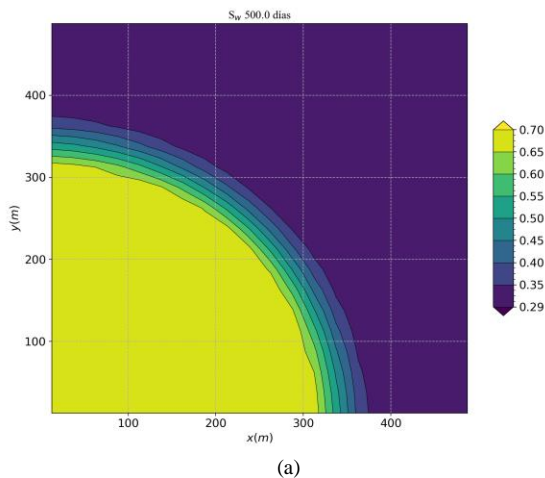
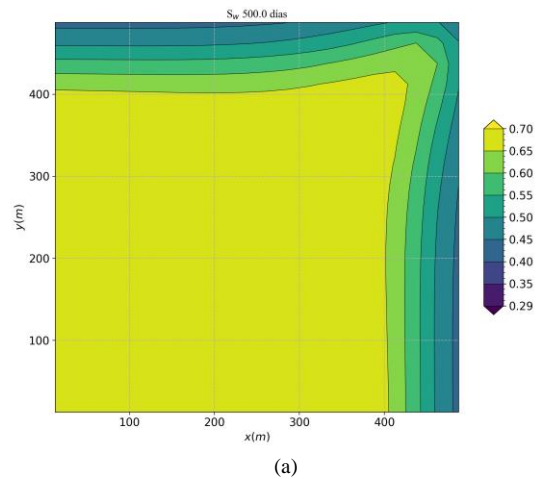


Fig. 3 Agua inyectada en el reservorio para el caso 1, (a) saturación de agua y (b) presión de petróleo.

B. Caso 2: $\mu_w/\mu_o = 1$

En la Fig. 4 se tiene la distribución de saturación y presión para este caso. En la Fig. 4 (a) se visualiza en avance del agua de inyección, como se puede notar para este valor de relación de viscosidades el agua de inyección ha barrido prácticamente casi todo el reservorio, mientras que en la Fig. 4 (b) se evidencia el comportamiento de la presión de petróleo, es decir, la presión de inyección provoca una alteración de presión en el pozo productor.



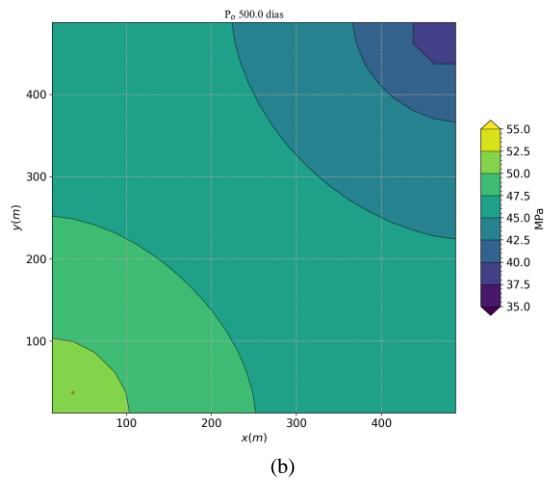


Fig. 4 Agua inyectada en el reservorio para el caso 2, (a) saturación de agua y (b) presión de petróleo.

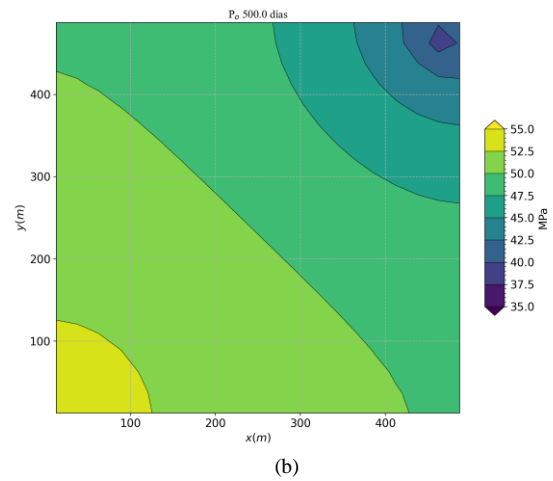
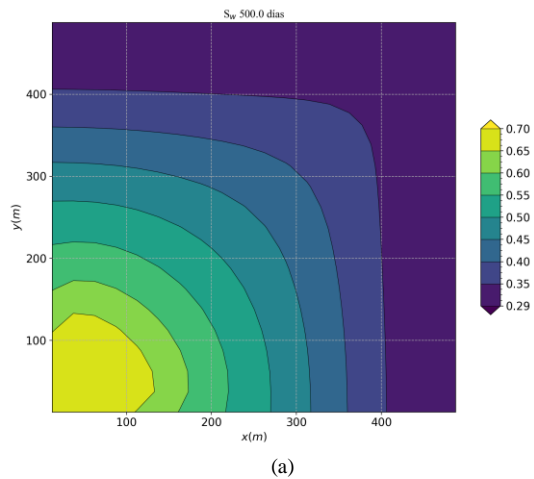


Fig. 5 Agua inyectada en el reservorio para el caso 3, (a) saturación de agua y (b) presión de petróleo.

C. Caso 3: $\mu_w/\mu_o > 1$

En este caso se evalúa una relación de viscosidades de 5/1, es decir, cuando el agua es más viscosa que el petróleo. En la Fig. 5 (a) se visualiza que el frente de agua de inyección presenta una transición lenta de valores de saturación de agua, esto debe a que el agua se mueve mucho más rápido que el petróleo empujando ineficientemente al petróleo. En la Fig. 5 (b), se nota que la presión de inyección causa un impacto más temprano en el pozo productor.



(a)

Como se puede observar en las simulaciones numéricas de los tres casos, según el valor de la relación de viscosidades de las fases del fluido, la recuperación de petróleo puede ser eficiente o no; en el primer caso se tiene una eficiencia de recuperación de 37.0%, en el segundo caso, 86.8% y en el tercer caso, 25.5%. A medida que la relación de viscosidades se acerca a la unidad, se obtiene un mayor porcentaje de recuperación para un tiempo de 500 días.

El modelo numérico resolvió eficientemente las tres simulaciones numéricas haciendo uso del esquema desarrollado ya que presentó una rápida convergencia para un paso de tiempo de 0.5 días y una tolerancia de 10^{-4} para el método de Newton-Raphson.

IV. CONCLUSIONES

A partir del modelo matemático formulado para el flujo bifásico inmiscible e incompresible (agua-petróleo) a través de un medio poroso se desarrolla un método numérico basado en el método de volumen finito y el método totalmente implícito que resuelve el sistema de ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos de manera precisa debido a la estabilidad de los métodos.

El modelo numérico propuesto se utiliza para analizar apropiadamente el patrón de flujo y el efecto del cambio en los parámetros de saturación y presión cuando se tiene una determinada relación de viscosidad de los fluidos. A partir de los casos analizados, podemos concluir que cuando la relación de viscosidades entre la fase del agua y la fase petróleo es menor que 1, la recuperación de petróleo es mucho mayor comparado a la recuperación cuando se trabajan con fluidos cuya relación de viscosidades es mayor que 1. La relación de viscosidades afecta de forma significativa la distribución de la saturación y presión de los fluidos dentro del medio poroso y como consecuencia el patrón del flujo de los fluidos.

El presente estudio nos permite validar el modelo numérico propuesto y nos demuestra su utilidad para

aplicaciones prácticas. En futuros análisis es recomendable considerar otras propiedades de los fluidos y del medio poroso para comprender de manera detallada la recuperación de petróleo mediante la inyección de agua.

RECONOCIMIENTO

Los autores agradecen a la Facultad de Ingeniería de Petróleo de la Universidad Nacional de Ingeniería-Lima, Perú por el apoyo económico durante el desarrollo del presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] EIA, «Short-Term Energy Outlook,» 2023.
- [2] A. Muggeridge, A. Cockin, K. Webb, H. Frampton, I. Collins, T. Moulds y P. Salino, «Recovery rates, enhanced oil recovery, and technological limits,» *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 372, n° 2006, p. 20120320, 2014.
- [3] P. Deb, F. Akter, S. Intiaz y M. Hossain, «Nonlinearity and solution techniques in reservoir simulation: A review,» *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, vol. 46, pp. 845-864, 2017.
- [4] J. D. Brouwer, J. Jansen, S. van der Starre, C. van Kruijsdijk y C. Berentsen, «Recovery Increase through Water Flooding with Smart Well Technology,» *Vol. All Days*, 2001.
- [5] K. Gulick, J. McCain y D. William, «Waterflooding Heterogeneous Reservoirs: An Overview of Industry Experiences and Practices,» *Vol. All Days*, 1998.
- [6] B. Rozon, «A Generalized Finite Volume Discretization Method for Reservoir Simulation,» *Vol. All Days*, 1989.
- [7] L. de la Cruz, Método de Volumen Finito en la Simulación de Yacimientos, Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2013.
- [8] L. Liu, D. Keyes y S. Sun, «Fully Implicit Two-phase Reservoir Simulation with the Additive Schwarz Preconditioned Inexact Newton Method,» *Vol. All Days*, 2013.
- [9] J. Sinchitullo, C. Celis, G. Prudencio y A. Sinchitullo, «Influence of Fluid Properties on Oil Drainage,» de *20th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology*, Florida, 2022.
- [10] J. Archer and C. Wall, *Petroleum Engineering: Principles and Practice*, Dordrecht: Springer, 1986.
- [11] H. Darcy, *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau; ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes au fil*, V. Dalmont, Ed., Paris: Librairie des Corps impériaux des ponts et chaussées et des mines, 1856.
- [12] F. Mckee, *Étude et mise à l'échelle des écoulements diphasiques en milieux poreux hétérogènes par une approche d'optimisation*, Nantes: Université de Nantes Angers Le Mans, 2013.
- [13] S. Reitsma y B. Kueper, «Laboratory measurement of capillary pressure-saturation relationships in a rock fracture,» *Water Resources Research*, vol. 30, n° 4, pp. 865-878, 1994.
- [14] A. Moss, X. Jing y J. Archer, «Laboratory investigation of wettability and hysteresis effects on resistivity index and capillary pressure characteristics,» *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 24, n° 2, pp. 231-242, 1999.
- [15] R. Sigal, «Mercury Capillary Pressure Measurements on Barnett Core,» *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*, vol. 16, n° 4, pp. 432-442, 2013.
- [16] M. Leverett, «Capillary Behavior in Porous Solids,» *Transactions of the AIME*, vol. 142, n° 1, pp. 152-169, 1941.
- [17] A. Corey, «The interrelation between gas and oil relative permeabilities,» *Producers Monthly*, pp. 38-41, 1954.
- [18] F. Ashford, «Computed Relative Permeability Drainage and Imbibition,» *Vol. All Days*, 1969.
- [19] Z. Chen, H. Liu y J. Yao, «New Capillary Pressure Models for Parameter Estimation To Interpret Centrifuge Data,» *Vol. All Days*, 1992.
- [20] Z. Chen, G. Huan y Y. Ma, *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- [21] M. Díaz, D. López, A. Moctezuma y A. Ortiz, «COMSOL Implementation of a Multiphase Fluid Flow Model in Porous Media,» de *COMSOL Conference 2008*, Boston, 2008.
- [22] V. Teja, *Modelado Numérico de Procesos Térmicos de Recuperación Mejorada de Hidrocarburos*, Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2018.